

## 弹塑性分析

在这一册中,我们将详细地介绍由于塑性变性引起的非线性问题--弹塑性分析,我们的介绍人为以下几个方面:

- 什么是塑性
- 塑性理论简介
- ANSYS 程序中所用的性选项
- 怎样使用塑性
- 塑性分析练习题

### 什么是塑性

塑性是一种在某种给定载荷下,材料产生永久变形的材料特性,对大多数的工程材料来说,当其应力低于比例极限时,应力—应变关系是线性的。另外,大多数材料在其应力低于屈服点时,表现为弹性行为,也就是说,当移走载荷时,其应变也完全消失。

由于屈服点和比例极限相差很小,因此在 ANSYS 程序中,假定它们相同。在应力—应变的曲线中,低于屈服点的叫作弹性部分,超过屈服点的叫作塑性部分,也叫作应变强化部分。塑性分析中考虑了塑性区域的材料特性。

#### 路径相关性:

既然塑性是不可恢复的,那么这种问题的就与加载历史有关,这类非线性问题叫作与路径相关的或非保守的非线性。

路径相关性是指对一种给定的边界条件,可能有多个正确的解—内部的应力,应变分布—存在,为了得到真正正确的结果,我们必须按照系统真正经历的加载过程加载。

#### 率相关性:

塑性应变的大小可能是加载速度快慢的函数,如果塑性应变的大小与时间有关,这种塑性叫作率无关性塑性,相反,与应变率有关的性叫作率相关的塑性。

大多数的材料都有某种程度上的率相关性,但在大多数静力分析所经历的应变率范围,两者的应力—应变曲线差别不大,所以在一般的分析中,我们变为是与率无关的。

#### 工程应力,应变与真实的应力、应变:

塑性材料的数据一般以拉伸的应力—应变曲线形式给出。材料数据可能是工程应力 ( $P/A_0$ ) 与工程应变 ( $\Delta l/l_0$ ),也可能是真实应力 ( $P/A$ ) 与真实应变 ( $L_n(l/l_0)$ )。

大变形的塑性分析一般采用真实的应力,应变数据而小应变分析一般采用工程的应力、应变数据。

#### 什么时候激活塑性:

当材料中的应力超过屈服点时,塑性被激活(也就是说,有塑性应变发生)。而屈服应力本身可能是下列某个参数的函数。

- 温度
- 应变率
- 以前的应变历史
- 侧限压力
- 其它参数

### 塑性理论介绍

在这一章中,我们将依次介绍塑性的三个主要方面:

- 屈服准则
- 流动准则
- 强化准则

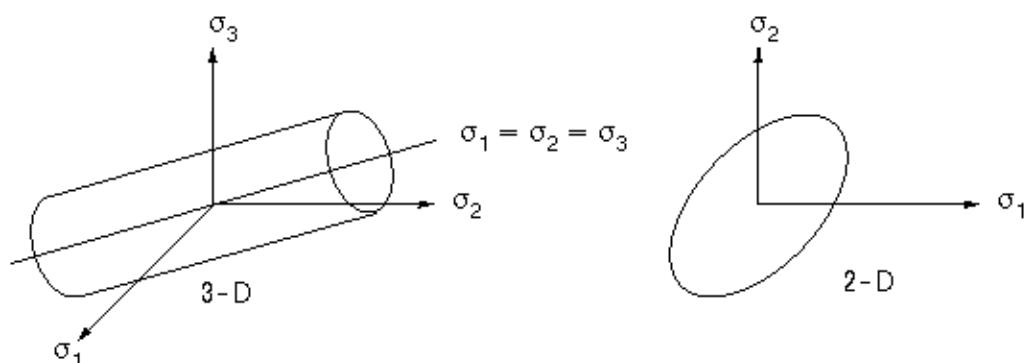
#### 屈服准则:

对单向受拉试件,我们可以通过简单的比较轴向应力与材料的屈服应力来决定是否有塑性变形发生,然而,对于一般的应力状态,是否到达屈服点并不是明显的。

屈服准则是一个可以用来与单轴测试的屈服应力相比较的应力状态的标量表示。因此,知道了应力状态和屈服准则,程序就能确定是否有塑性应变产生。

屈服准则的值有时候也叫作等效应力，一个通用的屈服准则是 Von Mises 屈服准则，当等效应力超过材料的屈服应力时，将会发生塑性变形。

可以在主应力空间中画出 Mises 屈服准则，见 图 3-1。



在 3-D 中，屈服面是一个以  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  为轴的圆柱面，在 2-D 中，屈服面是一个椭圆，在屈服面内部的任何应力状态，都是弹性的，屈服面外部的任何应力状态都会引起屈服。注意：静水压应力状态（ $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ）不会导致屈服：屈服与静水压应力无关，而只与偏差应力有关，因此， $\sigma_1 = 180$ ， $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  的应力状态比  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 180$  的应力状态接近屈服。Mises 屈服准则是一种除了土壤和脆性材料外典型使用的屈服准则，在土壤和脆性材料中，屈服应力是与静水压应力（侧限压力）有关的，侧限压力越高，发生屈服所需要的剪应力越大。

#### 流动准则：

流动准则描述了发生屈服时，塑性应变的方向，也就是说，流动准则定义了单个塑性应变分量（ $\epsilon_x^{pl}$ ， $\epsilon_y^{pl}$  等）随着屈服是怎样发展的。

一般来说，流动方程是塑性应变在垂直于屈服面的方向发展的屈服准则中推导出来的。这种流动准则叫作相关流动准则，如果不用其它的流动准则（从其它不同的函数推导出来）。则叫作不相关的流动准则。

#### 强化准则：

强化准则描述了初始屈服准则随着塑性应变的增加是怎样发展的。

一般来说，屈服面的变化是以前应变历史的函数，在 ANSYS 程序中，使用了两种强化准则。

等向强化是指屈服面以材料中所作塑性功的大小为基础在尺寸上扩张。对 Mises 屈服准则来说，屈服面在所有方向均匀扩张。见图 3-2。

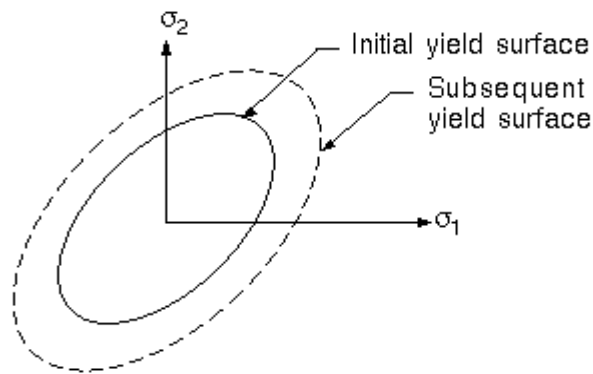


图 3-2 等向强化时的屈服面变化图

由于等向强化，在受压方向的屈服应力等于受拉过程中所达到的最高应力。  
 随动强化假定屈服面的大小保持不变而仅在屈服的方向上移动，当某个方向的屈服应力升高时，其相反方向的屈服应力应该降低。见图 3-3。

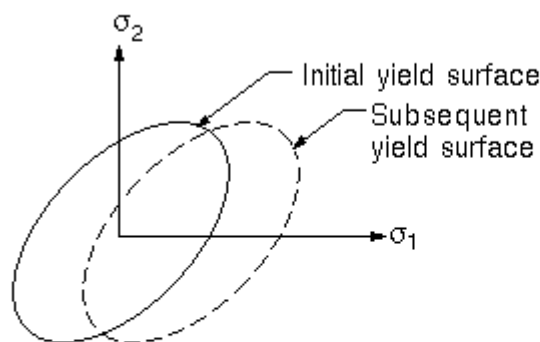


图 3-3 随动强化时的屈服面变化图

在随动强化中，由于拉伸方向屈服应力的增加导致压缩方向屈服应力的降低，所以在对应的两个屈服应力之间总存一个  $2\sigma_y$  的差值，初始各向同性的材料在屈服后将不再是向同性的。

### 塑性选项

ANSYS 程序提供了多种塑性材料选项，在此主要介绍四种典型的材料选项可以通过激活一个数据表来选择这些选项。

- |             |      |
|-------------|------|
| • 经典双线性随动强化 | BKIN |
| • 双线性等向强化   | BISO |
| • 多线性随动强化   | MKIN |
| • 多线性等向强化   | MISO |

经典的双线性随动强化（BKIN）使用一个双线性来表示应力应变曲线，所以有两个斜率，弹

性斜率和塑性斜率，由于随动强化的 Vonmises 屈服准则被使用，所以包含有鲍辛格效应，此选项适用于遵守 Von Mises 屈服准则，初始为各向同性材料的小应变问题，这包括大多数的金属。

需要输入的常数是屈服应力  $\sigma_y$  和切向斜率  $E_T$ ，可以定义高达六条不同温度下的曲线。

注意：

- 使用 MP 命令来定义弹性模量
- 弹性模量也可以是与温度相关的
- 切向斜率 Et 不可以是负数，也不能大于弹性模量

在使用经典的双线性随动强化时，可以分下面三步来定义材料特性。

- 1、 定义弹性模量
- 2、 激活双线性随动强化选项
- 3、 使用数据表来定义非线性特性

**双线性等向强化 (BISO)**，也是使用双线性来表示应力—应变曲线，在此选项中，等向强化的 Von Mises 屈服准则被使用，这个选项一般用于初始各向同性材料的大应变问题。需要输入的常数与 BKIN 选项相同。

**多线性随动强化 (MKIN)** 使用多线性来表示应力—应变曲线，模拟随动强化效应，这个选项使用 Von Mises 屈服准则，对使用双线性选项 (BKIN) 不能足够表示应力—应变曲线的小应变分析是有用的。

需要的输入包括最多五个应力—应变数据点 (用数据表输入)，可以定义五条不同温度下的曲线。

在使用多线性随动强化时，可以使用与 BKIN 相同的步骤来定义材料特性，所不同的是在数据表中输入的常数不同，下面是一个用命令流定义多线性随动强化的标准输入。

```
MPTEMP, , 10, 70
MPDATA, EX, 3, , 30ES, 25ES
TB, MK2N, 3
TBTEMP, , STRA2N
TBDATA, , 0.01, 0.05, 0.1
TBTEMP, 10
TBDATA, , 30000, 37000, 38000
TBTEMP, 70
TBDATA, , 225000, 31000, 33000
```

**多线性等向强化 (MISO)** 使用多线性来表示使用 Von Mises 屈服准则的等向强化的应力—应变曲线，它适用于比例加载的情况和大应变分析。

需要输入最多 100 个应力—应变曲线，最多可以定义 20 条不同温度下的曲线。

其材料特性的定义步骤如下：

- 1、 定义弹性模量
- 2、 定义 MISO 数据表
- 3、 为输入的应力—应变数据指定温度值
- 4、 输入应力—应变数据
- 5、 画材料的应力—应变曲线

与 MKIN 数据表不同的是，MISO 的数据表对不同的温度可以有不同的应变值，因此，每条温度曲线有它自己的输入表。

## 怎样使用塑性

在这一章中，我们将介绍在程序中怎样使用塑性，重点介绍以下几个方面

- 可用的 ANSYS 输入
- ANSYS 输出量
- 使用塑性的一些原则

- 加强收敛性的方法
- 查看塑性分析的结果

#### ANSYS 输入:

当使用 TB 命令选择塑性选项和输入所需常数时, 应该考虑到:

- 常数应该是塑性选项所期望的形式, 例如, 我们总是需要应力和总的应变, 而不是应力与塑性应变。
- 如果还在进行大应变分析, 应力—应变曲线数据应该是真实应力—真实应变。

对双线性选项 (BKIN, BISO), 输入常数  $\sigma_y$  和  $E_T$  可以按下述方法来决定, 如果材料没有明显的屈服应力  $\sigma_y$ , 通常以产生 0.2% 的塑性应变所对应的应力作为屈服应力, 而  $E_T$  可以通过在分析中所预期的应变范围内来拟合实验曲线得到。

#### 其它有用的载荷步选项:

- 使用的子步数 (使用的时间步长), 既然塑性是一种与路径相关的非线性, 因此需要使用许多载荷增量来加载
- 激活自动时间步长
- 如果在分析所经历的应变范围内, 应力—应变曲线是光滑的, 使用预测器选项, 这能够极大的降低塑性分析中的总体迭代数。

#### 输出量

在塑性分析中, 对每个节点都可以输出下列量:

EPPL—塑性应变分量  $\epsilon_x^{pl}$ ,  $\epsilon_y^{pl}$  等等

EPEQ—累加的等效塑性应变

SEPL—根据输入的应力—应变曲线估算出的对于 EPEQ 的等效应力

HPRES—静水压应力

PSV—塑性状态变量

PLWK—单位体积内累加的塑性功

上面所列节点的塑性输出量实际上是离节点最近的那个积分点的值。

如果一个单元的所有积分点都是弹性的 (EPEQ=0), 那么节点的弹性应变和应力从积分点外插得到, 如果任一积分点是塑性的 (EPEQ>0), 那么节点的弹性应变和应力实际上是积分点的值, 这是程序的缺省情况, 但可以人为的改变它。

#### 程序使用中的一些基本原则:

下面的这些原则应该有助于可执行一个精确的塑性分析

- 1、所需要的塑性材料常数必须能够足以描述所经历的应力或应变范围内的材料特性。
- 2、缓慢加载, 应该保证在一个时间步内, 最大的塑性应变增量小于 5%, 一般来说, 如果  $F_y$  是系统刚开始屈服时的载荷, 那么在塑性范围内的载荷增量应近似为:
  - $0.05 \cdot F_y$ —对用面力或集中力加载的情况
  - $F_y$ —对用位移加载的情况
- 3、当模拟类似梁或壳的几何体时, 必须有足够的网格密度, 为了能够足够的模拟弯曲反应, 在厚度方向必须至少有二个单元。
- 4、除非那个区域的单元足够大, 应该避免应力奇异, 由于建模而导致的应力奇异有:
  - 单点加载或单点约束
  - 凹角
  - 模型之间采用单点连接
  - 单点耦合或接触条件
- 5、如果模型的大部分区域都保持在弹性区内, 那么可以采用下列方法来降低计算时间:
  - 在弹性区内仅仅使用线性材料特性 (不使用 TB 命令)
  - 在线性部分使用子结构

#### 加强收敛性的方法:

如果不收敛是由于数值计算导致的, 可以采用下述方法来加强问题的收敛性:

- 1、使用小的时间步长

- 2、如果自适应下降因子是关闭的，打开它，相反，如果它是打开的，且割线刚度正在被连续地使用，那么关闭它。
- 3、使用线性搜索，特别是当大变形或大应变被激活时
- 4、预测器选项有助于加速缓慢收敛的问题，但也可能使其它的问题变得不稳定。
- 5、可以将缺省的牛顿-拉普森选项转换成修正的 (MODI) 或初始刚度 (INIT) 牛顿-拉普森选项，这两个选项比全牛顿-拉普森选项更稳定 (需要更多的迭代)，但这两个选项仅在小挠度和小应变塑性分析中有效。

#### 查看结果

- 1、感兴趣的输出项 (例如应力，变形，支反力等等) 对加载历史的响应应该是光滑的，一个不光滑的曲线可能表明使用了太大的时间步长或太粗的网格。
- 2、每个时间步长内的塑性应变增量应该小于 5%，这个值在输出文件中以 “Max plastic Strain Step” 输出，也可以使用 POST26 来显示这个值 (Main Menu: Time Hist Postpro Define Variables)。
- 3、塑性应变等值线应该是光滑的，通过任一单元的梯度不应该太大。
- 4、画出某点的应力-应变图，应力是指输出量 SEQV (Mises 等效应力)，总应变由累加的塑性应变 EPEQ 和弹性应变得来。

### 塑性分析实例 (GUI 方法)

在这个实例分析中，我们将进行一个圆盘在周期载荷作用下的塑性分析。

#### 问题描述:

一个周边简支的圆盘，在其中心受到一个冲杆的周期作用。由于冲杆被假定是刚性的，因此在建模时不考虑冲杆，而将圆盘上和冲杆接触的结点的 Y 方向上的位移耦合起来。

由于模型和载荷都是轴对称的，因此用轴对称模型来进行计算。求解通过四个载荷步实现。

#### 问题详细说明:

材料性质:

EX=70000 (杨氏模量)

NUXY=0.325 (泊松比)

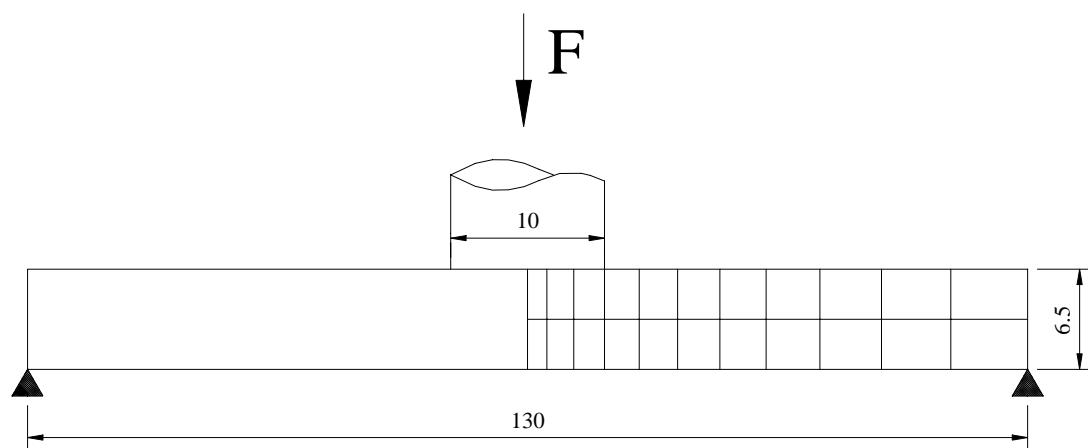
塑性时的应力-应变关系如下:

| 应变        | 应力  |
|-----------|-----|
| 0.0007857 | 55  |
| 0.00575   | 112 |
| 0.02925   | 172 |
| 0.1       | 241 |

#### 加载历史:

| 时间 | 载荷    |
|----|-------|
| 0  | 0     |
| 1  | -6000 |
| 2  | 750   |
| 3  | -6000 |

#### 问题描述图:



#### 步骤一：建立计算所需要的模型。

在这一步中，建立计算分析所需要的模型，包括定义单元类型，划分网格，给定边界条件。并将数据库文件保存为“exercise2.db”。在此，对这一步的过程不作详细叙述。

#### 步骤二：恢复数据库文件“exercise.db”

Utility Menu>File>Resume from

#### 步骤三：定义材料性质

- 1、选择菜单路径 Main Menu>Preprocessor>Material Props>-Constant-Isotropic. Isotropic Material Properties (各向同性材料性质) 对话框出现。
- 2、单击 OK 来指定材料号为 1。另一个 Isotropic Material Properties 对话框出现。
- 3、对杨氏模量 (EX) 键入 EXX。
- 4、对泊松比 (NUXY) 键入 0.325。
- 5、单击 OK。

#### 步骤四：定义和填充多线性随动强化数据表 (MKIN)

- 1、选择菜单路径 Main Menu>Preprocessor>Material Props>Data Tables>Define/Activate. Define/Activate Data Table(激活数据表) 对话框出现。
- 2、在关于 type of data table(数据表类型) 的滚动框中，滚动到 “Multi kinem MKIN” 且选中它。
- 3、在 material reference number(材料参考号) 中，键入 1。
- 4、对 number of temperatures(温度数) 键入 1，单击 OK。
- 5、选择菜单路径 Main Menu>Preprocessor>Material Props>Data Tables>Edit Active... Data Table MKIN 对话框出现。
- 6、在 “Strain” 一行中，从第二列起分别输入 STN1, STN2, STN3, STN4。
- 7、在 “Curve 1” 一行中，从第二列起分别输入 STS1, STS2, STS3, STS4。
- 8、选择 File>Apply & Quit。
- 9、选择菜单路径 Main Menu>Preprocessor>Material Props>Data Tables>Graph. Graph Data Tables(图形表示数据表) 对话框出现。
- 10、单击 OK 接受绘制 MKIN 表的缺省。一个 MKIN 表的标绘图出现在 ANSYS 图形窗口中。

#### 步骤五：进入求解器

选择菜单路径 Main Menu>Solution。

#### 步骤六：定义分析类型和选项



- 1、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Analysis Type-New Analysis.
- 2、单击“Static”来选中它然后单击 OK。

**步骤七：打开预测器，设置输出控制。**

- 1、选择菜单路径 Main menu>solution-Load Set Opts-Nonlinear>Predictor。
- 2、将 predictor 的状态设置为“ON”。
- 3、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Load Step Options- Output Ctrls> DB/Results File. Controls for Database and Results File Writing (对数据库和结果文件写入的控制)对话框出现。
- 4、单击“Every substep”且选中它。

**步骤八：设置载荷步选项**

- 1、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Load Step Options-Time/Frequenc > time&Substep。 Time&Substep Option(时间和子步数选项)对话框出现。
- 2、对 time at end of Load Step(载荷步终止时间) 键入 1e-6
- 3、对 Number of substeps (子步数)键入 1。

**步骤九：对第一个载荷步加载**

在结点 3 的 Y 方向施加一大小为 0 的集中力载荷。

**步骤十：将第一个载荷步写入载荷步文件。**

- 1、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Write Ls File, 出现对话框。
- 2、在“LSNUM”的输入框中键入 1

**步骤十一：对第二个载荷步加载，并写入载荷步文件。**

- 1、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Load Step Options-Time/Frequenc>time&Substep。 Time&Substep Option(时间和时间步选项)对话框出现。
- 2、对 time at end of Load Step(载荷步终止时间)键入 1
- 3、对 Number of substeps (子步数)键入 10。
- 4、单击 automatic time stepping option (自动时间步长选项)使之为 ON, 然后单击 OK。
- 5、在结点 3 的 Y 方向施加一大小为 -6000 的集中力载荷。
- 6、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Write Ls File, 出现对话框。
- 7、在“LSNUM”的输入框中键入 2

**步骤十二：对第三个载荷步加载，并写入载荷步文件。**

- 1、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Load Step Options-Time/Frequenc>time&Substep。 Time&Substep Option(时间和时间步选项)对话框出现。
- 2、对 time at end of Load Step(载荷步终止时间)键入 2
- 3、在结点 3 的 Y 方向施加一大小为 750 的集中力载荷。
- 4、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Write Ls File, 出现对话框。
- 5、在“LSNUM”的输入框中键入 3

**步骤十三：对第四个载荷步加载，并写入载荷步文件。**

- 1、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Load Step Options-Time/Frequenc>time&Substep。 Time&Substep Option(时间和时间步选项)对话框出现。
- 2、对 time at end of Load Step(载荷步终止时间)键入 3
- 3、在结点 3 的 Y 方向施加一大小为 -6000 的集中力载荷。
- 4、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Write Ls File, 出现对话框。
- 5、在“LSNUM”的输入框中键入 4

**步骤十三：求解问题**

- 1、选择菜单路径 Main Menu>Solution>-Solve-From Ls Files, 对话框出现。
- 2、对“LSMIN”键入 1, 对“LSMAX”键入 4。
- 3、单击对话框中的 OK 开始求解。



#### 步骤十四：进行后处理。

在这一步中，可以进行所想要的后处理，在此不进行详述。

### 非线性静态实例分析（命令流方式）

你可以用下面显示的 ANSYS 命令替代 GUI 选择，进行上面这个例题的塑性分析。

```
fini
/cle
/title,circular plate loaded by a circular punch - kinematic hardening
rpl=65
rpu=5
h=6.5
exx=70000
sts1=55      !yield stress
stn1=sts1/exx
sts2=112
stn2=0.00575
sts3=172
stn3=0.02925
sts4=241
stn4=0.1

nex=15      ! No. of elements along the radius
net=2       ! No. of elements in the plate's thickness

/prep7
et,1,42,,,1
! define node for convenient postprocessing
n,1,rpl,0
n,2,0,0
n,3,0,h/2

!define geometry
k,1,-(h/2)
k,2,rpu,-(h/2)
k,3,rpl,-(h/2)
kgen,2,1,3,1,,h,,3
nex1=nint(0.8*net)
nex2=nex-nex1

l,1,2
l,4,5
l,2,3
l,5,6

a,1,2,5,4
a,2,3,6,5

lesize,1,,,nex1
lesize,2,,,nex1
lesize,3,,,nex2,2.5
lesize,4,,,nex2,2.5
esize,(h/net)
amesh,all
nummrg,node
nodes
```

```
nsel,s,loc,x,0,rpu
nsel,r,loc,y,(h/2)
cp,1,uy,all
nsel,all
esel,all
fini
```

```
/solu
nsel,s,loc,x,rpl
nsel,r,loc,y,0
d,all,uy
nsel,s,loc,x,0
d,all,ux
nsel,all
outres,all,all
fini
```

```
/prep7
mp,ex,1,exx
mp,nuxy,1,0.325
```

```
tb,mkin,1
tbtemp,,strain
tbdata,,stn1,stn2,stn3,stn4
tbtemp,,
tbdata,,sts1,sts2,sts3,sts4
fini
```

```
/solu
pred,on
outres,all,all
nsubst,1
time,1e-6
f,3,fy,0
lswrite
```

```
autots,on
nsubst,10
time,1
f,3,fy,-6000
lswrite
```

```
time,2
f,3,fy,750
lswrite
```

```
time,3
f,3,fy,-6000
lswrite
```

```
lssolve,1,4
fini
```

```
/post1
set,2
/dscal,1,1
pldisp,2
```

fini

/post26

nsol,2,2,u,y,uy2

rforce,3,1,f,y,ry1

add,2,2,,,uy2,,,-1

/grid,1

/axlab,x,deflection [mm]

/axlab,y,force [n]

xval,2

plvar,3

prvar,2,3

fini