

目 录

跬步至千里 (代前言)	
一、疲劳问题特点	1
二、从常幅疲劳试验所已取得的成果	4
(一) 从十九世纪到本世纪六十年代	5
(二) 本世纪七十年代以来	24
三、钢桥疲劳设计实用方法	56
(一) 铁路桥的活载频值谱和设计应力 频值谱	57
(二) 计算损伤度的疲劳验算式	68
(三) 用应力脉表达的疲劳验算式	72
(四) 公路桥疲劳验算	83
参考文献目录	95
附录 A 方差分析简介	97
附录 B 线性回归分析简介	107

钢 桥 疲 劳 设 计

一、疲劳问题特点

在荷载作用下，钢结构基本构件所最常遇到的破坏方式是下列三种：

- ① 受拉构件的强度破坏（屈服）；
- ② 受压构件的失稳（屈曲）；
- ③ 重复受拉（其中可包括受压）构件的疲劳开裂。

为阐明疲劳问题特点，需要在这些破坏方式之间进行对比，现在阐述如下。

决定钢构件受拉破坏的内因，是其钢材在大范围内的屈服，外因则是荷载使构件所受到的内力过大。用钢材的屈服点作为制订截面最大应力限值（或叫容许值）的依据，以荷载所生最大应力（ f_{max} ）不大于该限值为验算条件，显然是合适的。

决定钢构件受压失稳的主要内因，是：材性（屈服点，弹性模量等）、构件长细比、支承条件、构件初始缺陷（偏心因素）、残余应力。外因则是荷载使该构件所受到的压力。以构件的压溃强度为依据，借能制订应力限值，并以荷载使该构件所生压应力不大于该限值为验算条件，那也是合适的。

决定疲劳开裂的主要内因，一是材性，二是构件沿传力途径的截面变化（形成或锐或钝的内外“缺口”）所将引起

的应力集中。外因主要是重复加力的情况和次数，还有环境（温度、腐蚀介质等）。用大量的疲劳试验来决定疲劳验算所当使用的应力指标及其各具体值，据以确定构件对疲劳的抗力；对实际大量重复的作用荷载进行调查研究，以便将桥梁在规定寿命期内所将经历的荷载谱订出，据以推算构件所将受到的设计应力谱；再以这样的设计应力谱所生的疲劳效应不大于构件对疲劳的抗力为验算条件。那就是当前处理这一问题所公认为合适的途径。

由此可见，在下列五方面，疲劳是有其特点的。

(1) 就试验及表达其抗力的应力指标讲，强度破坏和失稳都只需一次将力加到最大值就能实现，取破坏时最大应力 (f_{max}) 为表达抗力的应力指标是合适的；但疲劳开裂则需多次重复受力，表达其抗力的指标至少涉及其到达开裂时的三个参数：最大应力 (f_{max})、最小应力 (f_{min}) 和致伤的循环次数 N 。讲“至少”，这是指未将变幅力包括在其内。在疲劳验算中，取什么样的应力指标为合适？这需要凭借大量试验资料以进行统计分析。在以往，那是因袭强度和失稳验算的先例，取最大应力 (f_{max}) 为指标。但从七十年代以来，对于焊接构造，已经公认以改用应力脉 ($f_R = f_{max} - f_{min}$) 为合理了。

(2) 就荷载讲，对于强度破坏和失稳，都应该按使构件产生一次最大内力为准则来确定其所需考虑的荷载；在进行荷载的调查研究时将注意力放在荷载最大值及其组合方面，那是正确的。但疲劳开裂则是多次受力的结果，于是，为疲劳验算所进行的荷载调查就要将注意力放在较常遇到的各较大荷载值、借以制订活载频值谱方面。而按照老的设计规

范，让疲劳验算所用的活载同强度验算所用的标准活载一样，那就是不正确的。

(3) 在从荷载推算结构应力方面，照例要分成两步，一是内力分析（将荷载使结构构件所生的轴力、弯矩和剪力等求出），一是应力计算（按截面内力将其应力算出）。在形式上，现这两步都是按弹性工作的假定来进行。但要认识到：对于构件强度和稳定的破坏极限状态所进行的应力验算，实质上是考虑到构件在破坏前的塑化现象的；疲劳开裂则是在荷载比较小、但次数比较多的条件下发生，其内力分析和应力计算就不仅在形式上、而且在实质上也是应按弹性状态进行。尤其重要的，则是对于疲劳要考虑其应力作用次数，设计人对设计应力频值谱要有所了解。

(4) 就验算所要解决的问题和所取的截面讲，强度验算是为防止大范围屈服而进行，它应该凭最大应力所在的点来选择截面；稳定验算是为防止构件失稳而进行，它不能被理解为针对着某一个截面，只是在形式上可以写成截面验算的样子罢了；疲劳验算乃是防止疲劳开裂而进行，故应将所有潜在裂源点所在之处，都选为验算截面。为了说清楚这个特点，本书在二、(二)内将为此而花费不少篇幅。

(5) 就验算方式讲，强度和稳定都已习惯于用截面某一应力同其对应的限值（容许值）相比；多年以来，疲劳验算也是这样。在将疲劳验算所取的荷载改为活载频值谱的新情况下，疲劳验算现在可以取三种形式：

① 损伤度法 验算式将如式 3—1 和 3—2 所示；其 D 是用以表示荷载的疲劳效应对构件的疲劳抗力之比的；其适用性很强，但计算工作量较大；

② 应力脉限值法 如式 3—6 (连同式 3—7, 或 $[f_{R1}]$ 值表), 或式 3—11; 只适用于设计应力频值谱和各 f_R-N 关系式都符合于规范所指定的情况;

③ 疲劳寿命法 如式 3—13 所示。

二、从常幅疲劳试验所已取得的成果

在修订设计规范之中, 往往需要通过试验以取得一些必要的数据。这时, 为提高试验的成效, 需要经常想想下面一些问题:

(1) 试验的目的性。为什么要做这些试验? 从试验所取得的这些数据能不能真正地满足设计需要?

(2) 试验的理论指导。是哪一些因素 (或参数) 对试验结果发生重要影响? 在试验室条件下, 在对许多因素进行控制的条件下, 可以用什么理论 (或科学假设) 来推测所预期的试验结果? 对于前人在解决这同一问题方面的理论和试验研究成果, 以及经验教训, 掌握得如何?

(3) 试验的设计。为了确定不同因素对试验结果效应的显著程度, 每一因素需要分成几挡 (几个水平) 来做试验? 试件共需分成多少组? 每组需要用同型试件多少个? 对于所得的试验结果, 将怎样进行统计分析?

(4) 试验的执行。试件应如何制备? 仪器设备如何校准? 操作和测读质量如何保证? 试件的随机性如何保持? 试验的档案工作怎样管理?

(5) 对试验结果的利用。对于实际结构工作条件和试验室条件的差别应该怎样看待? 试验结果应如何加工? 如何纳

人设计规范?

要想正确回答这些问题,对常幅疲劳试验取得其成果的历程进行回顾,是有益的。今分为两大节进行阐述。

(一) 从十九世纪到本世纪六十年代

1. 在三十年代之前

在铁路问世后不久,欧洲铁路工程师在1843年左右,就对铁路车辆和轨道的疲劳开裂现象有过报道。1852年,德国的A. Wöhler开始了他持续17年的疲劳试验。(在今天,用于表达重复应力 f 和致伤次数 N 关系的 $f-N$ 关系曲线或图,包括其用对数表达的,在许多文献中仍是用他的名字来称呼,这就是对他的开创性工作的一种怀念。)

限于试验设备的能力,早年每采用小型光面圆杆做试件,让试件承受弯曲应力,并让它不断旋转。这样,每当试件旋转一次,它的外缘纤维所受的最大应力就由拉到压再到拉、循环一次。且其拉应力和压应力最大绝对值相同。当时进行这些试验的目的,往往是用以寻求不同材料(主要是钢材)的持久极限。而持久极限的定义是:当试件的最大应力 f_{max} 不超过这值时,试验就能在取这一数值为最大应力的条件下,承受无穷多次的循环,总不发生疲劳开裂。

曾经发现:每一种钢的持久极限是同它的拉力强度大致成正比。对于光面圆杆旋转试件讲,前者的值可以达到后者的一半。若在试件中央刻置缺口,则持久极限将急剧下降。

由于铁路钢桥从列车活载所受到的冲击力很大,在一个时期,人们曾将(可用超额应力表达的)冲击力和(由于多

次重复受力所引起的)疲劳开裂混淆在一起。对于疲劳的试验研究,这种概念显然是有害的。但随着知识的积累,人们对疲劳的认识也就逐步正确了。

2. 从三十年代到六十年代

1931年,德国在其设计规范中,对焊接桥的焊缝提出了疲劳验算。1936年,美国焊接学会发表其《公路和铁路焊接桥规范》第一版。1944年,美国的W.M.Wilson以所作的研究为依据,将铆接铁路钢桥最容易出现疲劳开裂的地方指了出来。于是,许多人顺着他所提供的线索去寻找;几年之间,美国人所发现的铆接铁路钢桥疲劳开裂,有好几百例。在桥梁设计规范内必须将疲劳验算的条文列入,不久就为人们所普遍接受。

这时期的客观条件,一是交通运输不断发展,使桥梁所通过的活荷载次数大为增加,一是焊接和低合金结构钢逐步被引用于桥梁,使钢桥的某些构造对疲劳的抗力较其前降低,所以,桥梁疲劳问题就比前一时间较为突出。

随着工业的发展,进行疲劳试验的机器设备也大有改进。在 ± 50 吨范围内,或在 $+100$ 吨以下的拉力范围内,用每分钟加载180至500次的频数做疲劳试验,在某些国家业已具备了条件。强调本国钢材、焊接材料和工艺的特点,实质上是只相信本国的实验室疲劳试验结果,尽可能较早地提出自己对桥梁疲劳验算的条文,是这一时期的特色。

如一、(1)所述,这时是沿用最大应力 f_{max} 为疲劳抗力指标,这使抗力涉及三个参数。为表达抗力 f_{max} 随另两参数的变化规律,需要两个表达式(或图线);每一表达式各表达 f_{max} 和另一参数的关系(第三参数可各按一定方式

使之已知)。现介绍如下。

(1) 关于 $f_{max}-N$ 关系 (式 2—1 所示 ρ 值为常数)

在疲劳试验之中, 其开裂点所经历的应力变化情况和时间的关系可以用图 2—1 各例表示。在图 2—1 内, 横坐标表示时间 t , 纵坐标表示开裂点在不同时刻所受到的应力 f (按平截面假设所求出的应力), 拉应力按正值画在上方, 压应力按负值画在下方。按试验机构造, 应力随时间的变化每呈正弦形。应力变化经历一个完整的循环所用的时间 T , 叫周期, 今将它在图中标出。经历一个周期, 就叫受力一次。不断地循环受力, 直至疲劳开裂, 其总次数就叫致伤次数, 在本书将它用 N 表示。由于致伤次数能够反映结构所能使用的时间, N 也时常被称为寿命。在应力循环之中, 应力最大正值是 f_{max} , 最小值是 f_{min} (表示压应力的负号须计入)。图 2—1 (a) 表示 f_{min} 和 f_{max} 异号情况; 图 2—1 (b) 表示 $f_{min}=0$ 情况; 图 2—1 (c) 表示 f_{min} 和 f_{max} 同号情况; 图 2—1 (d) 表示 f_{min} 等于 f_{max} (图内的实线), 或 f_{min} 接近于 f_{max} 情况 (图内的虚线, 为帮助读者理解 $f_{min}=f_{max}$ 而作)。为了完全地表达应力特征, 只需要、也必须要知道 f_{max} 和 f_{min} 这两个值。

为了进行试验研究的方便, 可以引进下列四个参数:

$$\rho = \frac{f_{min}}{f_{max}} \quad (2-1)$$

$$f_M = \frac{1}{2}(f_{max} + f_{min}) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \rho) f_{max} \quad (2-2)$$

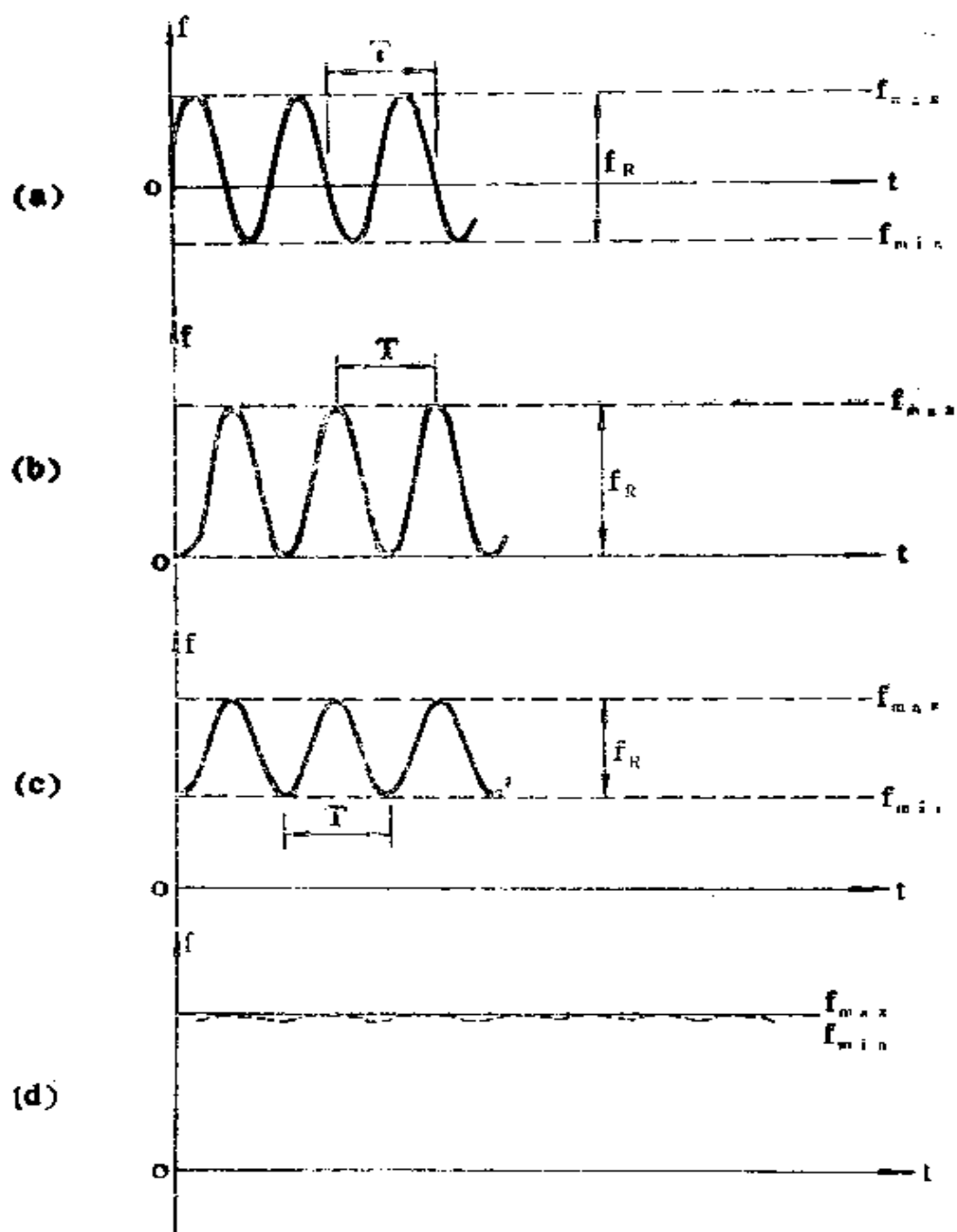


图 2—1 常幅应力循环示意

$$f_A = \frac{1}{2}(f_{max} - f_{min}) = \frac{1}{2}(1 - \rho)f_{max} \quad (2-3)$$

$$f_R = f_{max} - f_{min} = (1 - \rho)f_{max} \quad (2-4)$$

式中的 ρ 、 f_M 、 f_A 和 f_R 分别表示应力比、应力平均水平、应力幅和应力脉。

这四个参数，连同 f_{max} 和 f_{min} ，共计有六个。

因为有上述四式，它们实际上只有两个独立变量（即：只需知其两个，其余四个就被决定了）。在历史上，为建立 $f_{max}-N$ 关系，在这六参数中所取的两独立变量是 f_{max} 和 ρ ，这就是说，将试件分成几组，对每组的试件讲，保持 ρ 值不变，但变动 f_{max} ，以进行疲劳试验，据以求出对应的 N ；于是，在每一组试件的各试验做好之后，就可以（为 ρ 等于某常值）得到若干对 (f_{max}, N) 关系。

怎样从这若干对 (f_{max}, N) 寻求 $f_{max}-N$ 关系式呢？一般是在坐标纸上，按这若干对的数据描点制图，再想法将所取的图线写成经验公式。这时，若用真数为坐标，则图线的曲率变化很大，其图形将很难掌握。若将纵横坐标都改为对数，如图 2—2，则可发现：按疲劳试验的若干成对的数据 (f_{max}, N) 所决定的经验点（其坐标是 $\log N$ ， $\log f_{max}$ 者），基本落在一直线上。可以凭经验点来绘制这直线，而后在这直线上选出 B 、 G 两点，其坐标分别是 $(\log N_2, \log f_2)$ 和 $(\log N_1, \log f_1)$ 。这直线的斜率应是负值，今用 $1:m$ 表示，且指定 m 为正数。这样，这直线的方程式就是：

$$\begin{aligned} \log N &= \log N_2 + m(\log f_2 - \log f) \\ &= \log N_2 f_2^m - \log f^m \end{aligned} \quad (A)$$

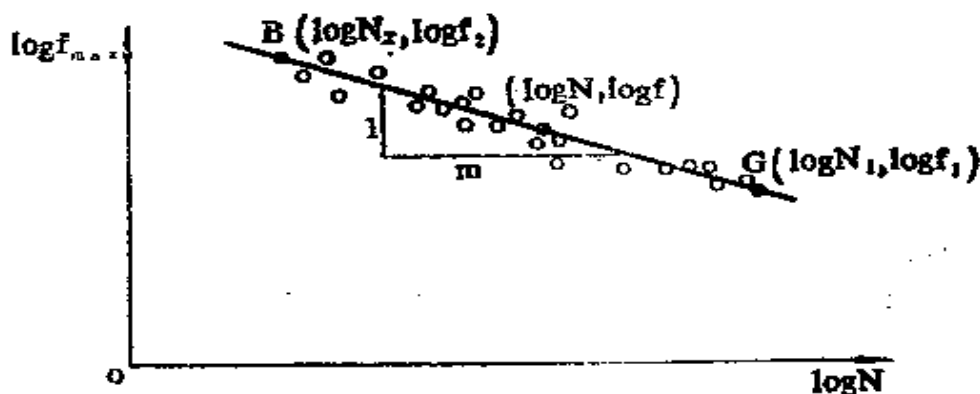


图 2—2 双对数坐标纸上的 f_{max} — N 关系线

$$m = \frac{\log N_1 - \log N_2}{\log f_2 - \log f_1} \quad (B)$$

就式 A 移项，可得：

$$\log N f^m = \log N_2 f_2^m = \log N_1 f_1^m \quad (C)$$

其所以在最右侧添列第 3 式，是因为点 G 也是这直线上的点，既然表达点 B 的 (N_2, f_2) 同任意点的 (N, f) 具有所示关系，将点 G 的 (N_1, f_1) 列入也是合宜的。写成真数，得：

$$N f^m = N_2 f_2^m = N_1 f_1^m = C \text{ (常数)} \quad (2-5)$$

这就是以往常用的 f_{max} — N 关系表达式。式 2—5 内的 f , f_2 , f_1 ，都代表着图 2—1 内的各 f_{max} 。

什么是 C 的物理意义？若令式 2—5 中 f 为 1.0，则 $N = C$ ；所以，C 就是应力脉为单位值时假想的致伤次数。为什么说它是“假想的”致伤次数呢？原因在于：当 f 小到 1.0 时，它（即 f ）已低于持久积限， N 应等于无穷大。就

双对数坐标纸上的图形讲， $f-N$ 呈直线关系的区段应该只限于其有试验数据给予证实的部份。按直线外延到无试验数据处，那是不可信的。

在进行这些试验时，试件的构造特征一般是按什么原则来决定的呢？在这一时期，轴向受力的试件做得较多，有些试验机只能在拉一拉范围内工作（只能做图 2—1c 所示的应力循环），另一些则能做拉一压试验（如图 2—1a 所示）。试件的截面尺寸实际上已比前一时期为大，但若和七十年代的大尺寸梁式试件相比，有时也将它们叫做小试件。有一些试件的构造特点是由试验者的主观意图决定的，还有一些则是从实桥构造（并参照试验机能力）移过来的。从其一开始，人们就对带有轧钢氧化皮的基材试件感兴趣。其试件截面常取矩形，厚度取 10 至 14 毫米（用轧制钢板厚度），宽度取 60 至 80 毫米，两边经刨光，棱角经磨钝。认为这种试件能够代表本国钢材的疲劳特征，认为它带有“标准”性质，这便是它受重视的原因。在基材试件的中央钻一小尺寸圆孔，试验者认为其疲劳强度是同铆接接头内的基材净截面相埒，也曾受到重视。

从其所进行的疲劳试验之中，有一些什么重要的经验教训应该汲取呢？

曾经有一些试件的疲劳开裂不是发生在试验者所预期的开裂截面上。这样，对于预期的成果讲，试验就报废了。造成这种事故的原因，往往是由于采用静力强度来进行试件设计，错误地认为：只要让预期的开裂截面的静力强度较逊，疲劳开裂就会出现在预期截面上。改正错误的方法，是在进行大量的正规疲劳试验之前，先做一些试探性试验，据之以

核定试件设计。

曾经有一些试验人想使所得的试验结果的离散性较小，或是对试件制造的质量控制过严（高出于生产单位者过多），或是只使用个别单位所制造的试件，这样，他们的试验结果也就使人不敢放心采用了。

也曾有一些试件是按大幅度提高疲劳强度的思路进行设计的。尽管其疲劳强度的提高确实得到了疲劳试验的证实，只因所设计的构造费料费工过多，生产单位不予欢迎，也不予采用。对于这样的教训，实在应该永以为戒。

在进行这些试验时， ρ 值一般是取几个？怎样取？限于财力和人力，一般不多取。在德国，曾经为基材等重要构造的试件，取 4 个 ρ 值，即：-1.0，-0.5，0，+0.5。在别的国家，只对个别重要构造这样做。对于不少构造的试件，往往只按一个 ρ 值做试验。

在对一种构造的试件，按 ρ 为某些常值得到其式 2—5 所示的 $f-N$ 关系式后，对于采用该构造的桥讲，其疲劳验算问题是否就解决了呢？还没有。这是因为实桥各验算点所受到的应力的 ρ 值很难就是在试验中所取用的那几个。所以，在得知几个 ρ 值的 $f-N$ 关系线之后，有必要再按 N 为常值建立 $f-\rho$ 关系，以便按实桥的 ρ 值找到其相应的 f_{max} （即式 2—5 中的 f ）。

(2) 关于 $f_{max}-\rho$ 关系（ N 为常值）和安全系数的取值

现在所讲的问题，不再涉及疲劳试验，而是怎样利用从疲劳试验为一种试件所得到的几个 ρ 值的 $f_{max}-N$ 关系。

图 2—3 表示某种试件疲劳试验的全部成果，按四个 ρ

值,得到了四条 $f_{max}-N$ 线。今将致伤次数指定为 N_1 。作竖线通过横坐标的 $\log N_1$ 点,这竖线同上述四条线的交点,就是 ρ 为不同值,而 $N=N_1$ 时的 f_{max} 。如图,将 ρ 的具体值写在下标位置,这也是表达这些 f_{max} 的一种方法。在只有四个 ρ 值的 f_{max} 的情况下,怎样推算其它 ρ 值的 f_{max} 呢?若以 f_{max} 和 ρ 为纵横坐标来制图,则因其图形是曲线,很难掌握。解决这困难的方法,在于将这四对数据所决定的四个经验点,按别的坐标系来描点制图。如果其图形接近于直线,那就取为直线,并将它的式子(用那图的坐标)写出来,那就可以用来推算其它 ρ 值的 f_{max} 了。

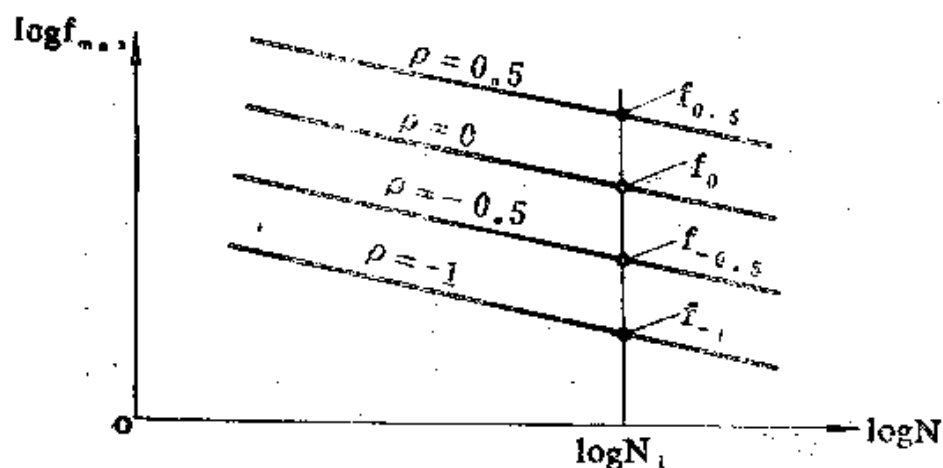
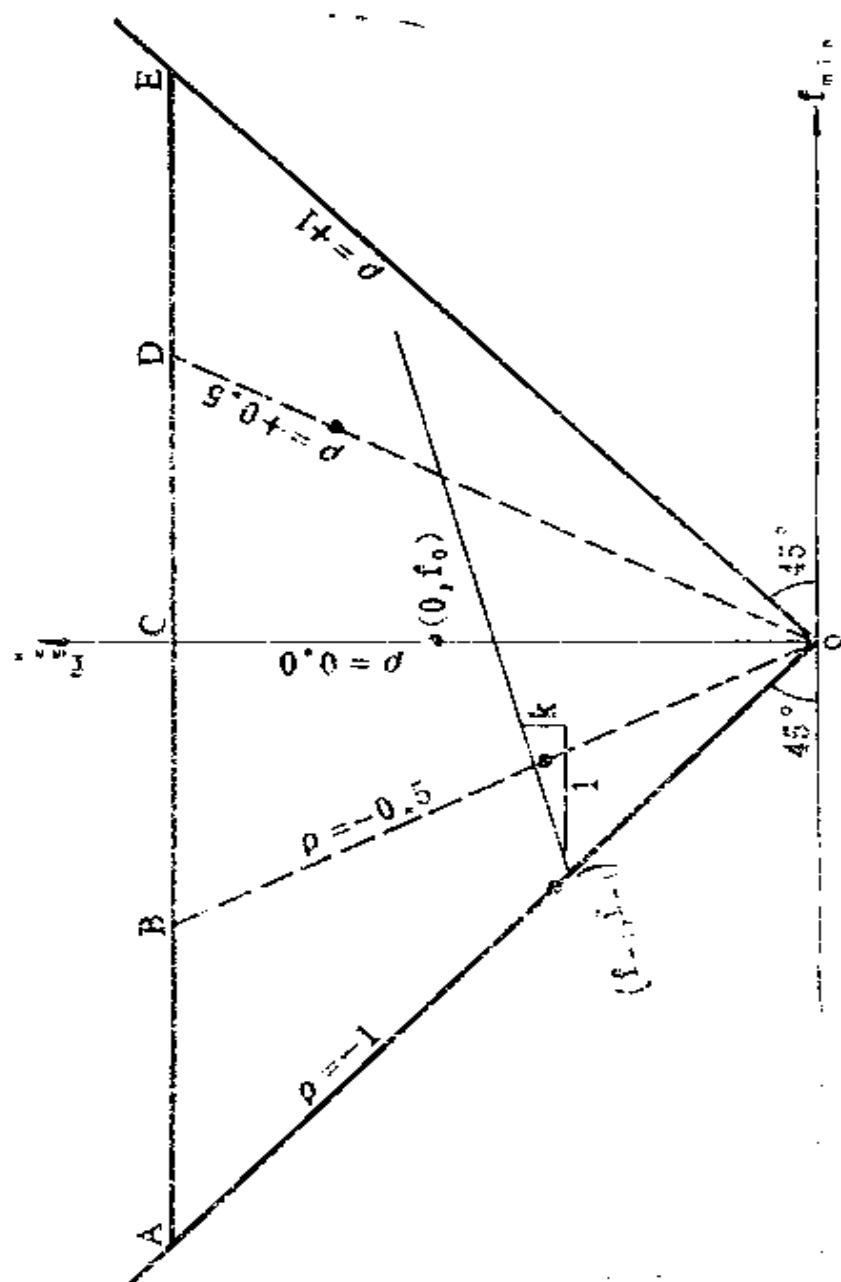


图 2—3 为不同值的 $f_{max}-N$ 关系

图 2—4 所示的 Goodman 图是可以采用的图形之一。其纵坐标和横坐标分别表示 f_{max} 和 f_{min} 。过原点 O ,在其左右作 45° 线,如图中的 OA 及 OE 。不难发觉:在 OA 线上所有的点,纵坐标 f_{max} 和横坐标 f_{min} 的负值相等(注意其 f_{min} 本身是负值),符合 $\rho = -1$ 情况。在 OE 线上所有的点, $f_{min} = f_{max}$,符合 $\rho = +1$ 情况。在纵坐标轴 OC 上,



$f_{min}=0$ ，符合 $\rho=0$ 情况。过 ACE 作水平线，还将 AC 的中点 B ， CE 的中点 D 标出。不难发觉： OB 符合 $\rho=-0.5$ 情况， OD 线符合 $\rho=+0.5$ 情况。

现在就将按图 2—3 所决定的 f_{-1} 、 $f_{-0.5}$ 、 f_0 和 $f_{0.5}$ 这四值画到图 2—4 上来。在图 2—4 上，这四值是其经验点的纵坐标；可以在上述 OA 、 OB 、 OC 、 OD 各射线上，分别按纵坐标为这四值将经验点（图中黑点）标出。按照文献，这些经验点的接线每接近于一直线。经用这法将这直线绘出。若将这直线和纵坐标轴的交点的坐标也用 $(0, f_0)$ 表示，其斜率用 k 表示，该直线的方程就可用下式表达〔其线上任意一点的坐标是 (f_{min}, f_{max}) 〕：

$$f_{max} = f_0 + kf_{min} \quad (A)$$

将 $f_{min} = \rho f_{max}$ （以式 2—1 为依据）代入，可得

$$f_{max} = \frac{f_0}{1-k\rho} \quad (2-6)$$

那就可以用这式为实桥验算点的 ρ 值求算其 f_{max} （在 $N=N_1$ 时）了。

为使这法的成果能够订入设计规范，还需要回答下列问题：① N_1 如何取值？②若没有几个值的 $f_{max}-N$ 线，怎么办？③安全系数取多大？

长期以来，有许多研究者习惯于取 $N_1 = 2 \times 10^6$ 。这有其历史原因。一方面，限于对疲劳试验的知识，认为钢材由 $N_1 = 2 \times 10^6$ 次所决定的 f_{max} 已经和其持久极限（ N 为无穷多次者）没有多大区别，这样，采用 $N_1 = 2 \times 10^6$ 就能“保证”安全。另一方面，曾经有不少人认为铁路桥当列车过桥一趟时，验算点只是受力一次；如若每昼夜的列车行驶趟数

按 50 次计, 则 2×10^6 次就相当于 110 年, 这个寿命已经是人们所可以接受的了。也需要先讲一下: 对疲劳开裂讲, 在指定 N_1 时应该要想到日常列车的重量。在一些国家内, 日常列车重量比其在设计规范内 (为强度验算) 所订的标准活载差不了多少, 对于大跨桥讲, 将 2×10^6 次理解为 110 年也就勉强说得通。在美国, 其日常列车重量则是比其设计规范内所订的标准活载轻得多, 所以, 在历史上, 美国在做桥梁设计时就并不是只照某一个 N_1 办事。

如上所述, 为制订 $f_{max}-\rho$ 关系, 需要在图 2—4 那样的图上作出一条直线。作一条直线, 至少要有两个条件: 或是两个点, 或是一个点及一个斜率。如果按两个 ρ 值进行疲劳试验, 取得两个经验点, 这事就比较办好。如果只按一个 ρ 值进行试验, 所取得的结果只能决定图 2—4 上的一个点, 那又怎么办呢? 有一种做法是利用由静力试验所取得的拉力强度 f_u 。按 (f_u, f_u) 在图 2—4 上决定所需要的另一个点。就“理论”上说, 这一点代表 $\rho = +1.0$ 情况。苏联曾经以低炭钢基材试件几个 ρ 值按 $N = 2 \times 10^6$ 次所决定的经验点为依据, 论证这些经验点的连线基本上穿过 (f_u, f_u) 那一点。随后, 他们就将这一“规律”普遍运用, 将一些只按一个 ρ 值做过疲劳试验的构造的 $f_{max}-\rho$ 关系建立出来。另一种做法则是参照类似构造已知的 $f_{max}-\rho$ 关系 (如式 2—6 所示者), 选用一个斜率 k 。

怎样取安全系数呢? 可以说, 这时对这一问题还没有处理好。由于可以用来决定图 2—2 所示 $f_{max}-N$ 关系的经验点数目一般不多 (每在 10 个以下), f_{max} 按均值取用还比较可信 (意指数据太少, 用以求标准差是不可靠的)。若疲

疲劳抗力较高（例如，焊后经加工的对焊），对于 $N_1 = 2 \times 10^6$ 情况，对 $f_{m..x}$ 均值的安全系数可取 1.4。美国公路桥设计者对此所作的解释〔68—2〕* 是：在双对数坐标纸上， $f_{m..x} - N$ 线的斜率在这儿是平缓的，取 1.4 为安全系数，经验点的离散性已被计及；而荷载所生的应力当有很大一部分是在其构造实际的持久极限之下，所以这就能保证安全。在别的国家，对所说情况的安全系数基本上也是在这个数值左右。但是，对于疲劳抗力低的构造（例如，用角焊缝传力的接头），对于 $N_1 = 2 \times 10^6$ 情况，对 $f_{m..x}$ 均值所取的安全系数时常是很低的（例如，在 1.1 上下）。此外，对于 $N_1 = 10^5$ 情况，美国又将其对 $f_{m..x}$ 均值的安全系数提高到 1.9；理由是：实际受力次数的变异性在这儿将较大，双对数坐标纸上的 $f_{m..x} - N$ 线的斜率在这儿较陡，且随着 N_1 的减少，安全系数当参考强度验算所用安全系数而提高。

现在且将安全系数的取值问题搁置一下。只是讲：在选定某安全系数之后，用它除式 2—6 两侧，就可得到下式

$$\sigma_n = [f_{m..x}] = \frac{[f_0]}{1 - k_p} \quad (2-7)$$

今在式 2—7 最左侧增列 $[\sigma_n]$ ，这只是为了表示我国现行桥涵设计规范为疲劳容许应力 $[\sigma_n]$ 所制订的值是同这儿的 $[f_{m..x}]$ 一致的。在我国现行规范所列的同类式子中，其大多数的 k 值是取 0.6。这表示：在修订规范时，对于图 2—4 的直线的斜率并不是紧紧依靠每种具体试件的经验点来决定，

* 方括号内的数字是参考文献编号，其目录列在正文之后；以下同此。

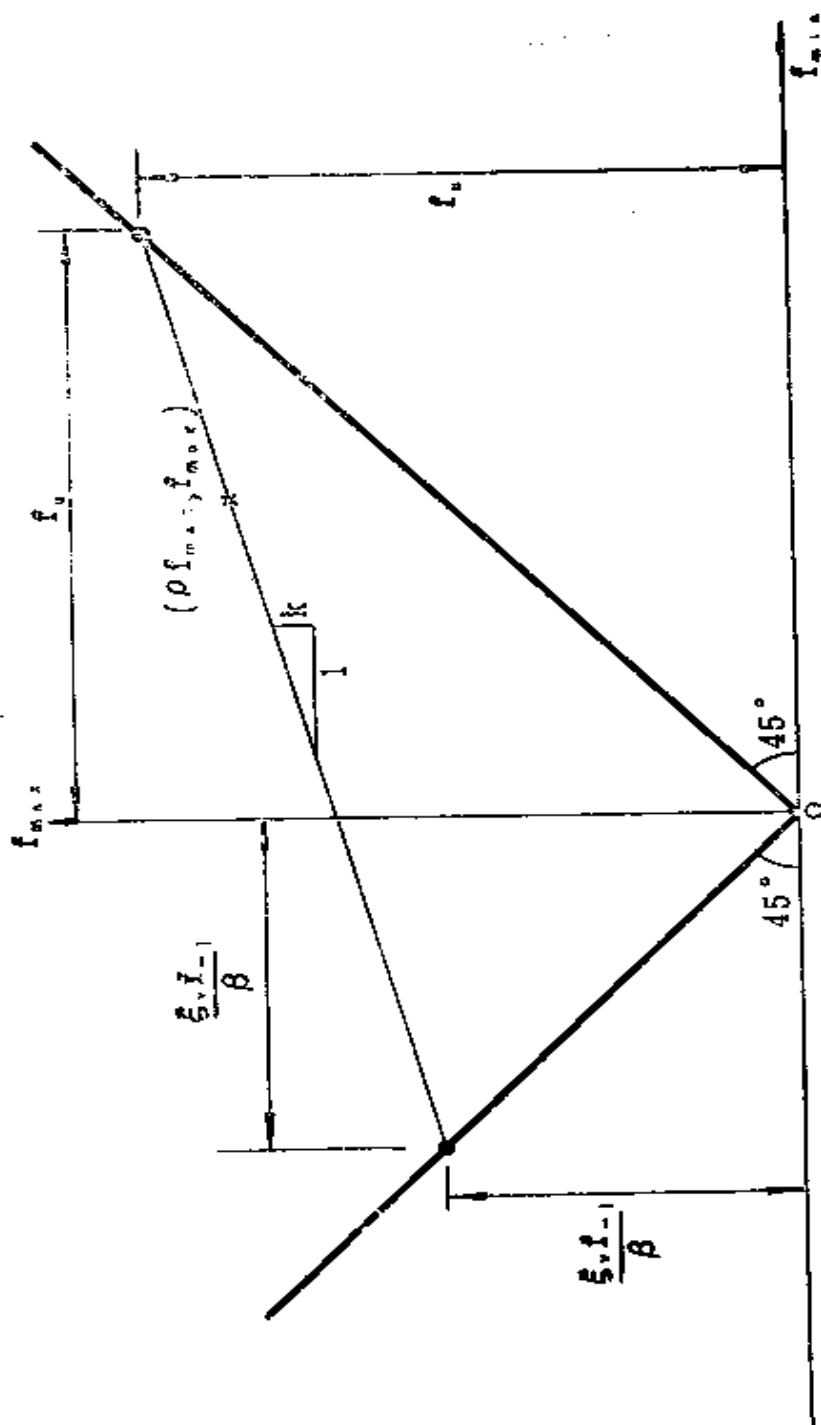


图 2—5 苏联 $f_{m,z} - \rho$ 关系的推导 (用 Goodman 图)

而是在统观各种试件经验点的基础上，尽可能将它们取为同一数值的。

苏联所使用的疲劳应力限值表达式，形式上较复杂。特点是：①在图 2—4 那一类图上，其 $f_{max}-\rho$ 的关系线是连接下列两点的直线：在 $\rho = -1$ 处的 $(-\frac{\xi_v f_{-1}}{\beta}, \frac{\xi_v f_{-1}}{\beta})$ ，和 $\rho = +1$ 处的 (f_u, f_u) ；②在五十年代是将安全系数 n 取为 1.4；③将 $[f_{max}]$ 用 $\gamma[\sigma]$ 表达，其 $[\sigma]$ 是设计规范所制订的基本容许应力。现在先按这些特点将其表达式推导出来，再对所引用的代号 ξ_v, β 等进行解释。

如图 2—5，参照式 2—6 的推导得

$$f_{max} = \frac{\xi_v f_{-1}}{\beta} + k \left(\frac{\xi_v f_{-1}}{\beta} + \rho f_{max} \right) \quad (A)$$

其中

$$k = \frac{f_u - \frac{\xi_v f_{-1}}{\beta}}{f_u + \frac{\xi_v f_{-1}}{\beta}} \quad (B)$$

由此得

$$f_{max} = \frac{2f_{-1}}{\left(\frac{\beta}{\xi_v} + \frac{f_{-1}}{f_u} \right) - \left(\frac{\beta}{\xi_v} - \frac{f_{-1}}{f_u} \right) \rho} \quad (2-8)$$

及

$$[\sigma_u] = [f_{max}] = \frac{2f_{-1}}{n \left[\left(\frac{\beta}{\xi_v} + \frac{f_{-1}}{f_u} \right) - \left(\frac{\beta}{\xi_v} - \frac{f_{-1}}{f_u} \right) \rho \right]} \quad (2-9)$$

将 $\gamma = [\sigma_u]/[\sigma]$ 引入，得

$$\gamma = \frac{1}{(A\beta + B) - (A\beta - B)\rho} \quad (2-10)$$

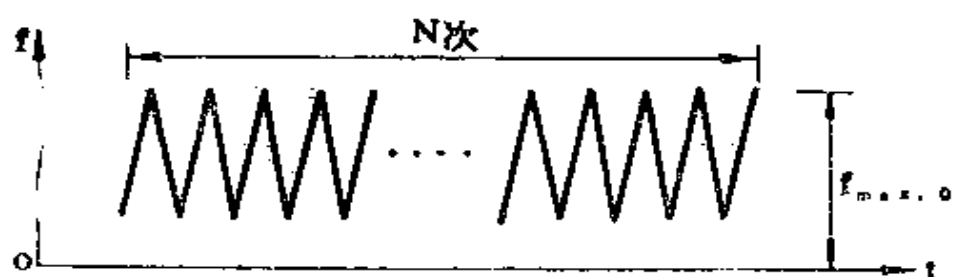
式中
$$A = \frac{n[\sigma]}{2f_{-1}\xi}, \quad B = \frac{n[\sigma]}{2f_0}$$

在苏联 1962 年的桥涵设计规范内〔62—1〕，其为低炭钢构造所取的 A 值是 0.58， B 值是 0.26；为低合金桥梁钢构造所取的 A 值是 0.65， B 值是 0.30。在这时，苏联桥涵设计规范已改用极限状态法，其 $[\sigma]$ 已用计算强度 R 代替， n 则用 $1/k_p$ 代替，而这 k_p 代表匀质系数（对疲劳开裂制订的）。对低炭钢构造讲，所取的是 $R = 190 \text{ MPa}$ ， $f_{-1} = 135 \text{ MPa}$ ， $f_0 = 420 \text{ MPa}$ ， $k_p = 0.87$ ， $\xi_v = 1.4$ ；对低合金钢构造所取的是 $R = 270 \text{ MPa}$ ， $f_{-1} = 180 \text{ MPa}$ ， $f_0 = 550 \text{ MPa}$ ， $k_p = 0.83$ ， $\xi_v = 1.4$ 〔62—2〕。

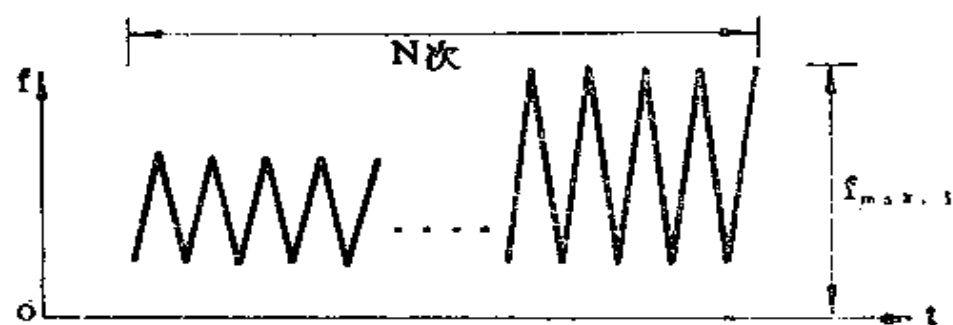
现在对图 2—5 左端所用的 $(\xi_v f_{-1}/\beta)$ 进行解释。从其在图上所处的位置看，它应是某种试件按 $\rho = -1$ 及 $N = 2 \times 10^6$ 用疲劳试验及其它考虑所决定的 f_{max} （指图 2—1 内的 f_{max} ）。事实上， f_{-1} 代表基材试件按 $\rho = -1$ ， $N = 2 \times 10^6$ 次所决定的 f_{max} （图 2—1 内的 f_{max} ），它是常值（低炭钢和低合金钢分别是 135 及 180 MPa，如上所列）；而现在用 f_{-1}/β 代表各种试件在 $\rho = -1$ ， $N = 2 \times 10^6$ 次时的 f_{max} 。 β 被称为应力集中有效系数，这样称呼的理由是：对于因构造而降低疲劳抗力的试件讲，如在其开裂点的局部应力达到基材试件的 f_{-1} 值，那它就“应该”在 $\rho = -1$ 和 $N = 2 \times 10^6$ 时疲劳开裂了，在这情况，由于局部应力等于平均应力（或名义应力）乘以一系数，其（表达疲劳抗力的）平均应力就等于 f_{-1} 除以这系数，即 f_{-1}/β ；只因这系数同按弹性理论所求出的应力集中系数并不相等，乃在其名称中列入“有效”字

样。事实上，苏联也并不是用什么特殊理论或试验去求 β ，而是在按某一 ρ 值用试验决定某种试件的 f_{-1} (即其 f_{max}) 后，将它点绘在图 2—4 那类图上，再作直线通过 (f_{-1}, f_{-1}) 和这一点，向左延长，直到 $\rho = -1$ 位置的，将该位置处的纵坐标取为 f_{-1}/β 。所以， β 并无什么奥妙，只不过是用以表示不同试件在 $\rho = -1, N = 2 \times 10^6$ 时的 f_{max} 的一种代号罢了。

那末，为什么还要让 f_{-1}/β 乘以 ξ_v 呢？这 ξ_v 是叫欠载补偿系数，意思是：若某试件按常幅加载进行疲劳试验， f_{max} 用 $f_{max,0}$ 表示，达 N 次而开裂，加载经过如图 2—6(a) 示



(a)



(b)

图 2—6 欠载补偿系数 ξ 示意

意；现在，保持总次数 N 不变，但在前一阶段将其最大应力压低到 $f_{max,0}$ 之下，那它在后一阶段所能抵抗的最大应力 $f_{max,1}$ 就能高于 $f_{max,0}$ ，其加载经过可用图 2—6(b) 表示；则 ξ_v 就代表下列比值：

$$\xi_v = \frac{f_{max,1}}{f_{max,0}} \quad (2-11)$$

按照苏联 1954 年所发表的报告，他们曾对 20 个试件进行了常幅和变幅疲劳试验[56—1]。在对铁路桥活荷载的增长趋势有所考虑的情况下，决定采用 $\xi_v = 1.4$ 。且不论这 ξ_v 是否可以这样决定，其只用 ξ_v 提高各种构造在 $\rho = -1$ 处的 f_{max} 值，在图 2—4 那类图上。仍用直线连接这提高后的点和 (f_s, f_s) ，以表达 $f_{max}-\rho$ 关系，也不见得就是很合理的。

在开始阐述 $f_{max}-\rho$ 关系时，业已提到图 2—4 是可以采用的图形之一。现在，用图 2—7(b) 和 (c) 说明另两种可以采用的图形。图 2—7(a) 仍表示图 2—4 内的 Goodman 图。图 2—7(b) 则表示 Smith 图，纵坐标是 f_{max} ，横坐标是应力平均水平 f_M （见式 2—2），该图在苏联较常使用。图 2—7(c) 表示 Haigh 图。纵坐标是应力幅 f_A （见式 2—3），横坐标是 f_M 。

在图 2—7(a) 和 (b) 内，就 f_{max} 为某值作两水平线 AE ，图 2—7(a) 内的点 A 是在 $\rho = -1$ 线 (OA 线) 上，图 2—7(b) 内的点 A 是在 $f_M = 0$ 的纵坐标轴上，但这纵坐标轴也是 $\rho = -1$ 所决定的射线；图 2—7(a) 内的点 E 是在 $\rho = +1$ 线 (OE 线) 上，图 2—7(b) 内的点 E 也是这样（在 OE 线，

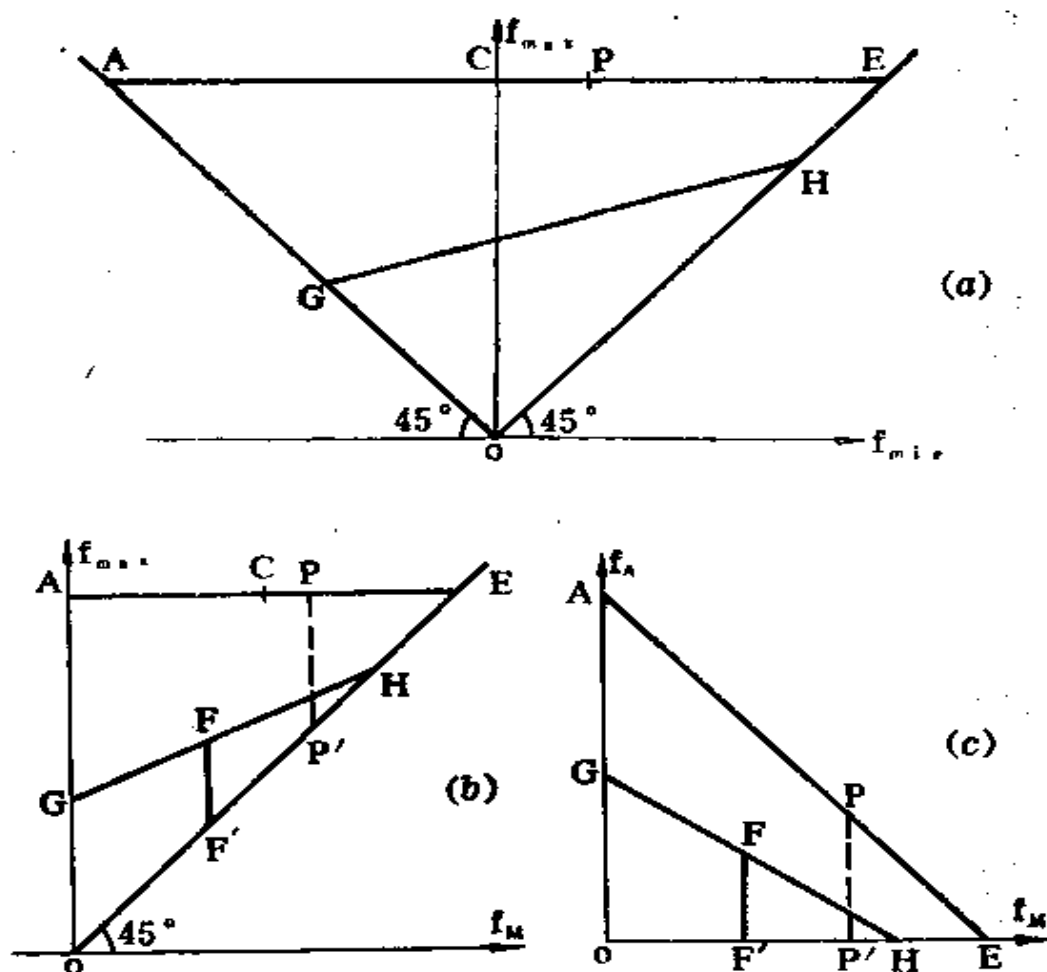


图 2—7 用于推导 f_{max} — ρ 关系的三种图形
(a) Goodman 图 (b) Smith 图 (c) Haigh 图

$\sigma_M = \sigma_{max} = \sigma_{min}$, 即 $\rho = +1.0$ 。若某经验点 P 的坐标是 $(f_{M_{ix}}, f_{max})$, 现将这经验点分画在图 2—7 (a) 及 (b) 内。
在图 2—7 (a) 内, $AC = OC = f_{max}$, $CP = f_{min} = \rho f_{max}$, 所以, $AP = (1 + \rho)f_{max}$; 而在图 2—7 (b) 内, $AP = f_M = \frac{1}{2}(1 + \rho)f_{max}$, 其值刚好是前值的一半。因此, 图 2—7 (a) 和图 2—7 (b) 的几何关系是: 对于图 2—7 (a) 在直角 AOE 范围内

的图形，将其所有的水平尺寸减半，就得到图 2—7(b) 在 45° 角 AOE 范围内的图形，若直线 GH 在图 2—7(a) 内代表某 $f_{max}-\rho$ 关系，则其在图 2—7(b) 内相应的图形就是图上所绘出的直线 GH 。按同理，可以证明图 2—7(b) 内的水平线 AE 是同图 2—7(c) 内的斜线 AE 等价，图 2—7(b) 内的截距 PP' 和图 2—7(c) 的截距 PP' 相等，在图 2—7(b) 内用以代表一 $f_{max}-\rho$ 关系的直线 GH 在转绘到图 2—7(c) 时，它仍是直线，其纵坐标 FF' 则和它在图 2—7(b) 内的截距 FF' 相等。以往较常使用的这三个图形，其内在关系就是这样。

(二) 本世纪七十年代以来

回顾六十年的成果，不能不感到其所存在的缺点有一些是带根本性的。仅就疲劳抗力而论，就存在下列问题：

- ① 因是各搞一套，彼此间的出入每很大；
- ② 对于影响疲劳抗力各因素的相对重要性（显著程度），还未作多少研究；表达疲劳抗力的应力指标，也有待于进一步澄清；
- ③ 对不同构造按疲劳抗力的分级，还未系统化；
- ④ 对于安全系数怎样制订，其准则还未形成。

今先对这四点泛论一番。

早在六十年代，欧洲的一些研究者就讲 [81—1]：明明是可比试件，但不同试验室为它们所提出的疲劳强度，其比值甚至达到 1:3。是材料或工艺的差别呢？还是测试设备、测试技术、取值准则有所不同？若不澄清，对于经济和学术的交流和发展，显然不利。应该认为：在当前的科技条件下，在不同国家用同等材料和工艺所完成的制品，其性能

(包括疲劳抗力)的相同应是主流。若有显著不同,应该找出原因,借能提高。正是基于这一共同认识,国际焊接学会、国际桥协等学术团体业已做了不少有益的工作。

对于历来被认为对疲劳抗力有影响的某些因素,经过一段时间的经验积累,心中业已有一定的底数。这需要及时澄清。屈服点及拉力强度不同的钢种,以往的光面圆杆旋转试验曾论证其持久极限不同者,在六十年代已有较多的疲劳试验,表明:对焊接构造讲,它们的疲劳强度并无多大不同。美国1967年8月关于有外层盖板中断的焊接梁的疲劳试验报告,认为:这种梁的疲劳抗力完全应该用应力脉 f_R (见式2—4)来表达。还曾有人提出:残余应力确实会影响疲劳抗力。对于这些问题,这时已经完全有条件将它们搞清楚了。

在对若干重要因素给予控制或规定的前提下,不同构造在疲劳抗力方面的所以有高低,大致都决定于其局部应力集中的程度。要将应力集中程度用数值表达,这比较困难。但利用“应力流”这一概念来鉴别应力集中程度,并判断裂源点位置,却还方便。图2—8是其示意。图2—8(a)表示一没有缺口的矩形板受拉,其每一根绷紧了的应力流线平行地匀布,不发生集中现象,这种板对疲劳的抗力较高。图2—8(b)表示其有内凹直角缺口的情况,在缺口底部,各应力流线因绷紧而力图走近路,彼此在横向靠近,应力集力乃很严重,其对疲劳的抗力极低,疲劳开裂当发生在过缺口底部的基材横截面。图2—8(c)表示在内凹缺口设置圆弧过度情况,随半径的加大,应力集中当大为缓和,疲劳抗力有所提高。图2—8(d)表示外伤及裂纹对应力流的影响,刨、铣和凿,乃至垂直于受力方向的打磨,会造成a和b形式的缺口:将b

的缺口宽度缩小到两壁相碰，那就是裂纹；图示的 a 、 b 缺口底部尖锐， c 、 d 则呈圆弧状，所以，其所引起的应力集中是有区别的。图 2—8(e) 和 (f) 分别表示内部有方孔和圆孔情况。其疲劳开裂都将是发生在过缺口底部、基材最受削弱的横截面。

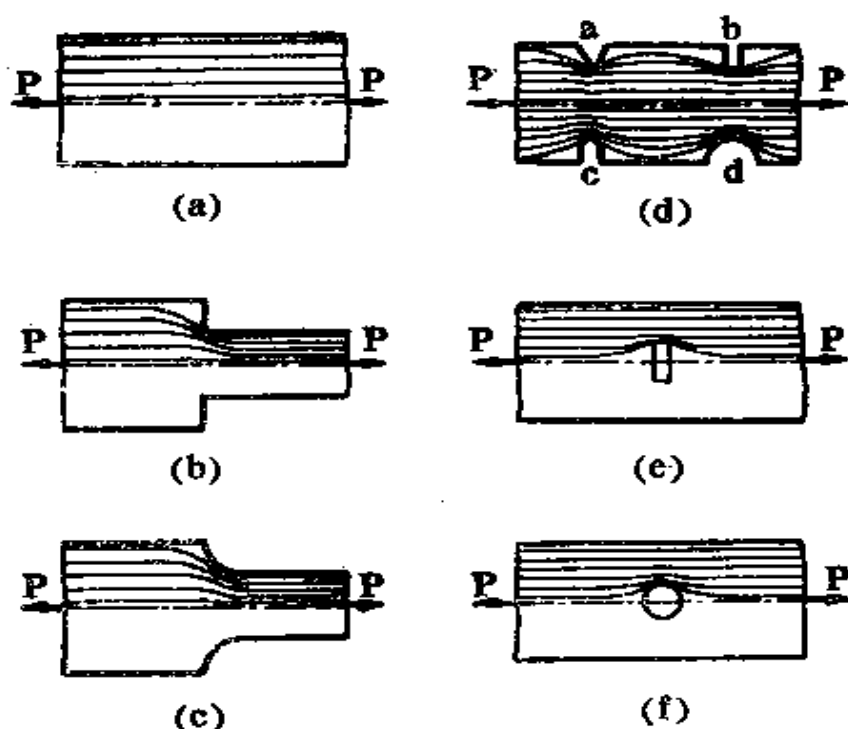


图 2—8 单纯受拉平板内的应力流示意图

图 2—9(a) 表示对接焊缝在 a 处过度隆高，在 b 处咬肉，在 c 处则没有焊满，由这些缺口所造成的应力集中，都是和图 2—8(b) 所示者相近。图 2—9(b) 和 (c) 则分别和图 2—8(f) 和 (e) 相近。图 2—8(d) 表示对接焊在焊后不加工时所能达到的最优情况，内部无缺陷，而隆高也不过高。

图 2—10 表示搭接头用横向角焊缝传力情况。图 2—10(a) 的角焊缝隆高过量，使其 a 处的基材横截面极易发生疲

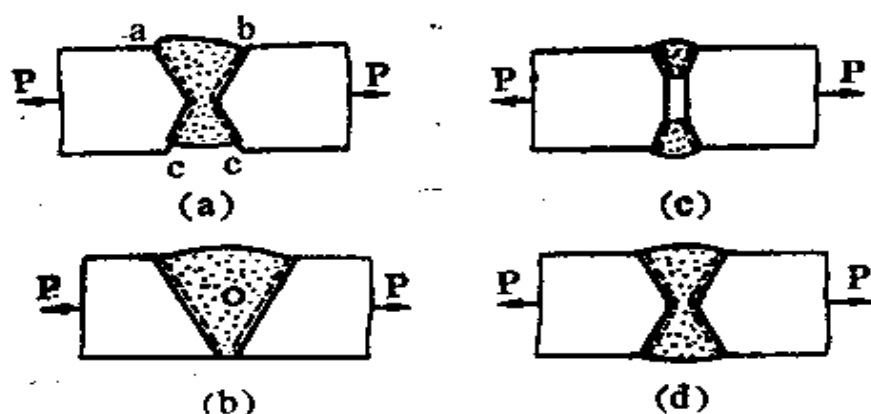


图 2—9 对接焊可能出现的各种应力集中情况

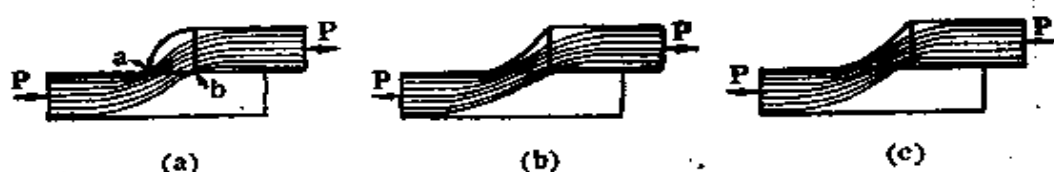


图 2—10 接头用横向角焊缝传力时的应力流

劳开裂；在焊根 b 处，应力流也比较集中，相应的疲劳开裂面将通过焊缝喉部。图 2—10(b) 的角焊缝呈凹面，其应力集中显然有所缓和。图 2—10(c) 表示焊根没有焊到，其焊缝喉部当极易发生疲劳开裂。

需要指出：在图 2—8 至 2—10 内所举的严重应力集中情况，都是现行设计和制造规范所不容许的。将它们列出，只是为了引起读者重视，不要让它们出现。至于不同构造按疲劳抗力的分级，其具体内容则将在下文陆续给出。

在怎样对（疲劳开裂的）安全给予保证方面，现在也已有一共同认识。它的主要点是：对于常幅疲劳试验讲，和应力指标 f 各具体值所对应的致伤次数 N ，是一按对数正态概率分布的随机变量，可以从试验数据将 $\log N$ 的均值和标准差求出；从 $\log N$ 的均值减去其两个标准差，可以为每个 f 大

致得到置信度是 95% 的 N 。这样, 就可以将置信度是 95% 的 $f-N$ 在双对数坐标图上作出。凭这样的线来制订 f 的限值 (容许值) 那就合理了。今将其具体做法列在附录 B。

现在当介绍美国和英国对于上述各问题所作的研究。

1. 美国 NCHRP 的两份报告和随后关于钢构造的 (疲劳抗力) 分级

美国公路研究协作规划 (NCHRP = National Cooperative Highway Research Program) 管理机构在 1970 年和 1974 年先后发表了它的 102 和 147 号报告 [70—1, 74—3]。前一报告所讲的疲劳试验是在 1966 年 10 月至 1969 年 1 月完成 (计 40 个月), 后一报告所讲的试验是在 1970 年 7 月至 1972 年 12 月完成 (计 30 个月)。主办单位是 Lehigh 大学土木工程系, 协作单位是 Drexel 大学机械及土木工程系。

试验所预期的目的, 是:

- (1) 检验钢种对疲劳抗力的效应的显著程度;
- (2) 检验能否只用应力脉 f_R 来做焊接构造疲劳抗力的应力指标;
- (3) 将几种主要构造的疲劳抗力同致伤次数关系 (即 $f-N$ 关系) 确定下来;
- (4) 将致伤次数联系到断裂力学进行研究。

为了检验钢种, 其 102 号报告所涉及的焊接试件是采用 A36 (屈服点保证值是 248MPa)、A441 (屈服点 290MPa)、A514 (屈服点 630MPa) 这三个钢种制造。在用方差分析 (见附录 A) 论证钢种对焊接构造疲劳抗力的效应不显著之后, 其 147 号报告所涉及的试件就以采用 A441 制造为主了。

为了检验 f_R 的显著程度, 主要以变动 f_{min} 的水平和它

作对比（若用 ρ 作对比，则变动一次 ρ 的水平，就涉及 f_{u1} 和 f_{u2} 两参数的变动，使所需试件数量加多）。所使用的主要方法也是方差分析。

参照过去的经验，知道疲劳抗力最高的焊接构造应是单纯焊接梁，最低的则是有中断（外层）盖板的焊接梁，所以，为了尽可能早地知道焊接构造疲劳抗力上界及下界，102号报告就以研究它们为主。腹板在横肋焊连处，翼缘在焊连件相连处，其疲劳抗力当介于上述两构造之间，就将它们列入在147号报告的研究范围之内。

两份报告，共计包括531根钢梁的疲劳试验。

在进行疲劳试验之前，曾对当时拥有的经验和资料进行了一次较全面的小结和分析。

今将这两份报告的要点综述如下。

（1）对经验和文献的回顾

认为下列三因素当共在一定范围内时，对疲劳的影响不大：①加载速率——从每分钟加力150次到每分钟加力800次，经证实并无多大区别；②休息——某些试件曾因非技术原因而在试验过程中卸载休息达一年之久，并未发现其有多大影响；③环境——若使温度并不异常，试验则是在清洁的空气之中（湿度正常，没有特地引入什么腐蚀性介质）进行，则这一因素的影响也可不计。

从文献中，曾查到低碳钢梁式试件数据300例，低合金钢梁式试件数据100例。其有参考意义的内容，是：①其在翼缘之内有对接焊缝的，有100例，但其大多数的对接焊是在焊后不加工，对疲劳的抗力较低，且离散性也大，现在当以将试件改为焊后加工者进行试验为恰当；②对于外层盖板

中断的焊接梁，曾想用变更中断盖板端头几何形状的方法来提高疲劳抗力，但收效不大，现在不必再在那一方面下功夫了；③有横肋焊连的腹板疲劳数据相当多，其开裂来自腹板主应力者有 68 例，来自弯曲法应力者 44 例，因横肋同时焊于受拉翼缘而从翼缘先裂者 23 例；以往所做的试验为使开裂来自主拉应力者，其使梁所受的剪应力对弯曲法应力对之比洵属过大，现在要改正那一做法；④梁的腹板宽厚比太大的（例如，大于 240），在疲劳试验中，腹板发生激振，使疲劳开裂发生在腹板和横肋相遇处；由于其试验所用的腹板宽厚比已经是在设计规范容许值之外，可以不必继续研究。

（2）试件的设计

就构造讲，分为下列六种：

① 单纯轧制梁 为检验其与单纯焊接梁的区别而列入；而且，在焊接（例如，加焊连件）将使梁的疲劳抗力大为降低得到论证后，将有若干试件被设计为在单纯轧制梁之上（而不是在单纯焊接梁之上）加焊接。这样，对于发生在焊接处的疲劳抗力当没有影响。考虑各方面情况（试验机能力，公路梁桥常用的高跨比等），有 39 根试件的截面是 14 WF30，其梁高是 355.6 毫米（14 英寸），翼缘宽 173 毫米，厚 9.4 毫米，腹板厚度 7.1 毫米；试验时，按跨度为 3048 毫米的简支梁在跨度之中的两点加载。对于强度高的 A514 轧制梁，有 20 根试件的截面改为用 10 WF25（高度 254 毫米，翼缘宽 146 毫米，厚 10 毫米，腹板厚 6.5 毫米，按跨度为 2286 毫米加载）。

② 单纯焊接梁 “单纯”，指在翼缘焊缝之外，没有任何其它焊接的梁。计 56 根。截面各由三块板形成：2—

9.5×171.5 和 1—7.1×332。翼缘贴角焊缝尺寸是 4.8 毫米。用埋弧自动焊。

③ 翼缘有对接焊缝的梁 每一翼缘是由一块宽度 171 毫米的板和两块宽度 85.7 毫米的板对焊而成，厚度都是 19 毫米；每一翼缘的两处对接焊采用两种构造形式，见图 2—11；一种构造是用 1:2.5 斜度作过渡，一种是用半径 600 毫米的圆弧作过渡（焊后在顺应力方向磨光）。在将两翼缘之内的对焊焊好并打磨平顺之后，再将它们同腹板（截面尺寸是 7.1×332）组焊成梁。计 84 根。

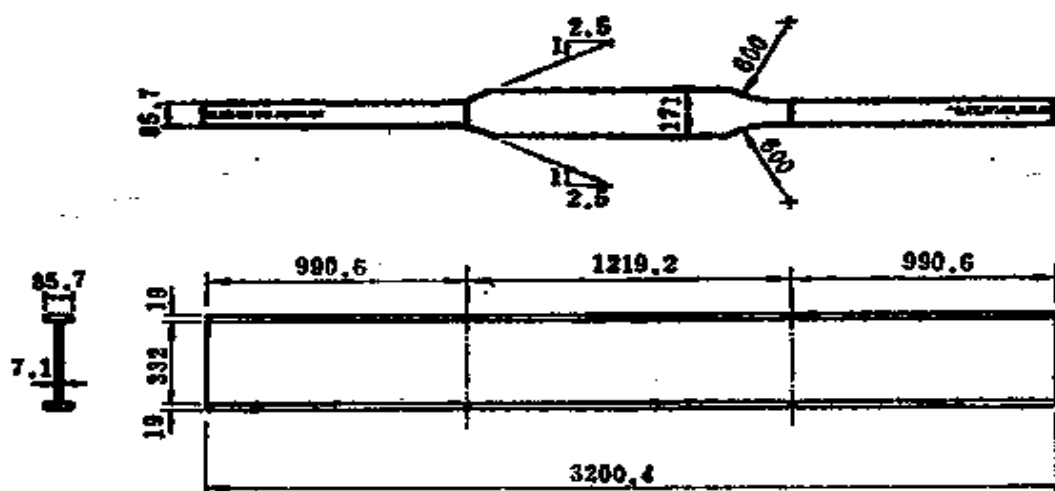


图 2—11 翼缘有对接焊缝的梁式试件

④ 有中断盖板的梁 计 204 根。见图 2—12。一方面，将三个钢种，按一种规格，各做试件 38 根，这是指在上述尺寸的单纯轧制梁或单纯焊接梁的两翼缘之外，各焊截面为 14.3×114 的外层中断盖板一块（外层盖板厚度是其内层翼板厚度的 1.5 倍），盖板中断的构造则是在其两端各取一种式样，一是不设横向角焊缝（让纵向角焊缝在其处中断），一是设横向角焊缝。另一方面，用 A36 按下列三种规格，各做试

件 30 根，一是改用厚盖板（截面 19×114 ），一是改用宽盖板（截面 14.3×229 ），一是改用两重盖板（截面 9.4×146 和 14.3×114 ，图内未画）。

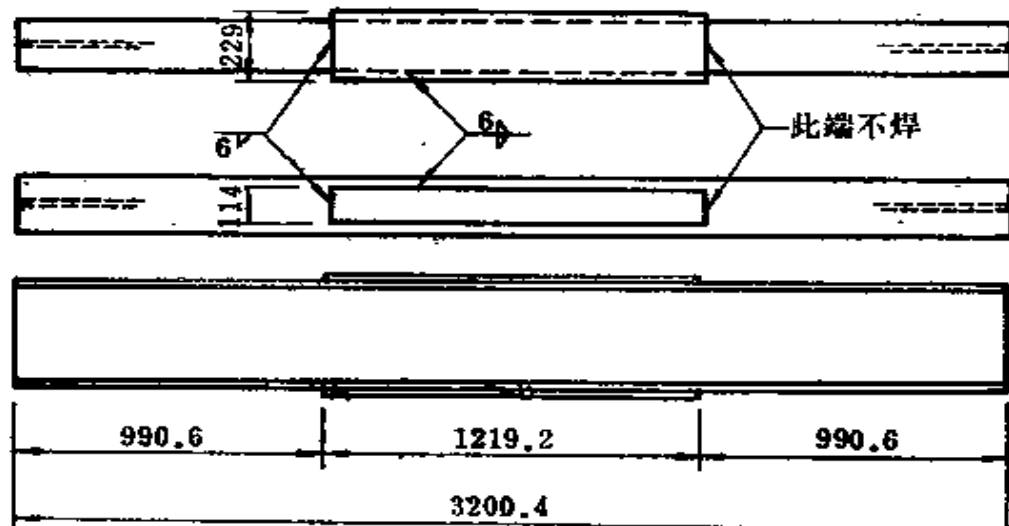


图 2—12 有中断盖板的梁式试件

⑤ 腹板有横肋焊连的梁 试件按尺寸分为大小两档。所谓小尺寸，实际上就是使用上述单纯焊接梁的尺寸，如图 2—13(a)，计 30 根，其中有 8 根是按改变腹板主拉应力方向进行加力的（现未用图表示）。大尺寸试件的截面是用 2— 12.7×197 和 1— 6.4×900 三块板所焊成，如图 2—13(b)，计 22 根。横向加劲肋部都是只在腹板一侧设置。按所连的腹板受力条件及构造的不同，将横向肋分成三类型：型①——其肋是在腹板承受主拉应力区内布置；型②——肋是置在腹板纯弯曲受力区域（请注意其肋下端离翼缘的尺寸，在图 2—13(b)内达 101.6 毫米）；型③——横肋同时焊于下翼缘者。每一根梁都是按这三个类型设肋（唯其承受变更主拉应力方向的那 8 根仅设型①）。

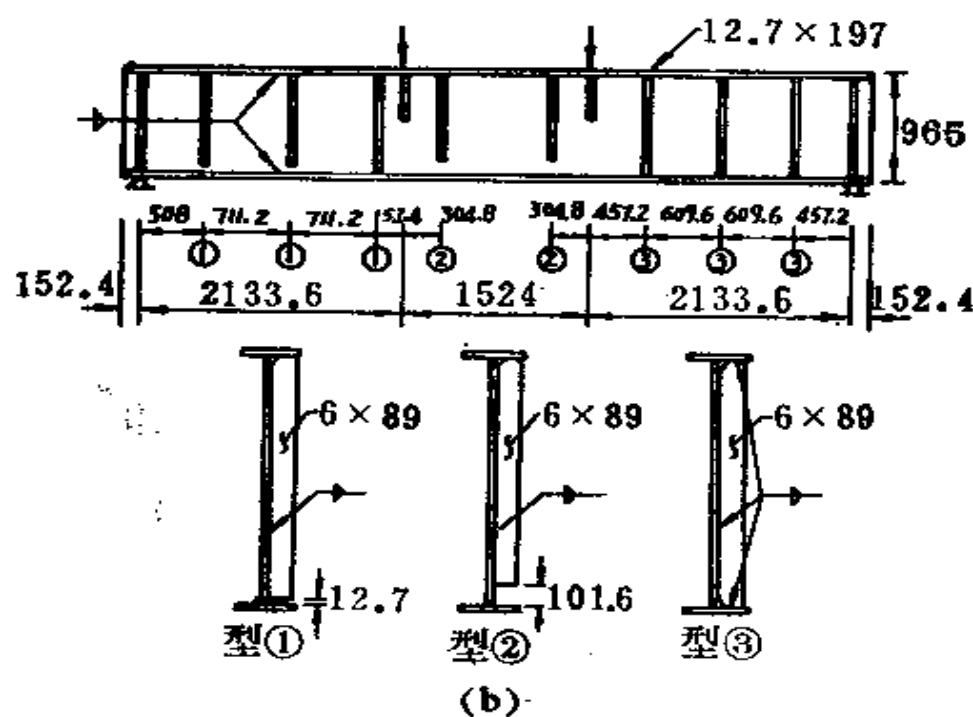
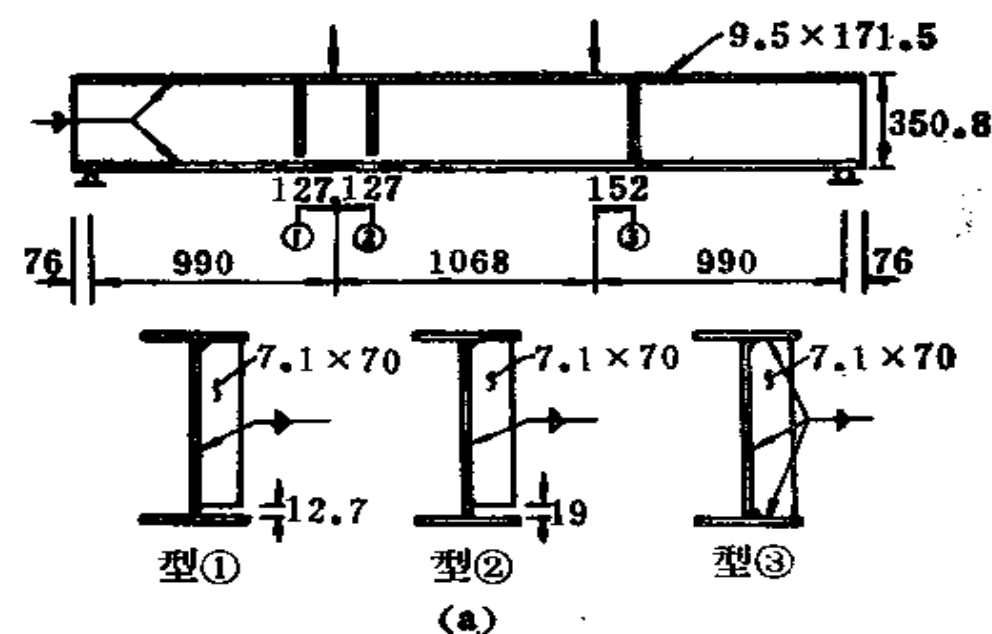


图 2—13 腹板有横肋焊连的梁式试件

⑥ 翼缘有焊连件的梁式试件 见图 2—14。梁的截面同单纯焊接梁一样，但在其翼缘按下列 4 种规格增列焊连件：焊连件顺力方向长度是 203 毫米者，12 根；长度 102 毫米者，24 根；长度 51 毫米者，10 根；长度 7.1 毫米者（实际是将焊连件当作肋来布置），10 根。

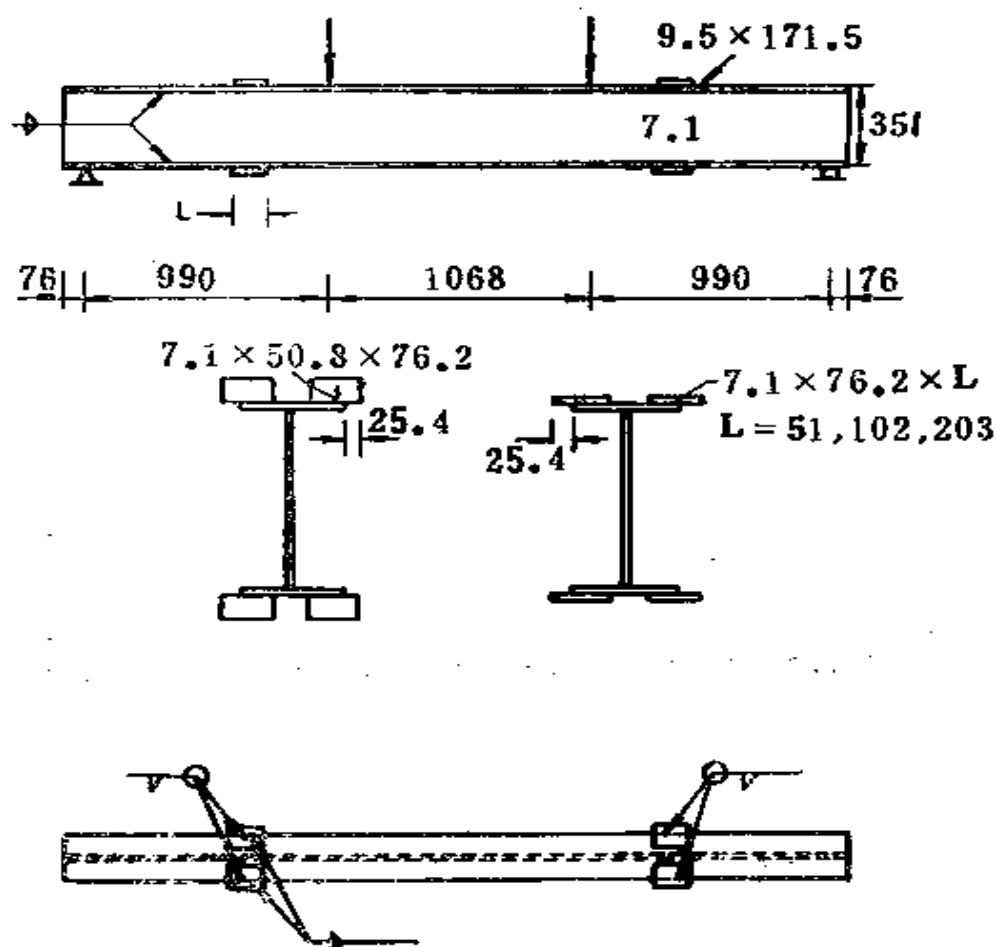


图 2—14 翼缘有焊连件的梁式试件

(3) 试验的设计

为使方差分析方法(见附录A)能够有效地用来检验不同

因素对于疲劳抗力的效应的显著强度，经将其每一个分析仅用于两因素对比；这就是说，在一个分析之中，只让两因素有变化（或按不同水平取值），其他因素则暂时保持不动。现举一例作说明。假定将下列因素保持不动，且采用下列代号：

盖板中断的轧制梁——CR

盖板中断的焊接梁——CW

钢种用 A36——A

给予变化的：

f_{max} ，从低到高，取三个水平，分别用 1、2、3 表示；

f_R ，从低到高，取五个水平，分别用 1、2、3、4、5 表示。

这样，就可以将 CRA 和 CWA 试件（认为 CRA 和 CWA 在加添焊接之后的疲劳抗力不会有多大不同，所以，不予细分）共 30 多个，按 f_{max} 和 f_R 不同水平的组合，分组进行试验，每组各做 3 或 4 个。表 2—1 表示其所采用的试验设计。对每一试件所给的编号，前三个字母用以表明保持不动的因素，随后的三位数字，依次表示： f_{max} 的水平， f_R 的水平，试件在同一组之内的序号。表内特地用粗线围出来的 2×3 及 3×2 组试件，表示其试验结果将适合于用典型的程序来进行分析。这表左上角留有三个空白，这是由于其 f_R 较低，致伤次数将太大，进行试验将感不便，右下角也有空白，那是由于应力太高，试验也有困难。

照着表 2—1 的样子，保持 CR 或 CW，以及 f_{max} 、 f_R 的各水平不变，但将钢种分别改为 A441（代号用 B）和 A514（代号用 C），可以安排另两批试验。将这三批试验结果汇

为检验 f_{min} 和 f_R 显著性所做试验设计 (举例) 表 2-1

f_R / f_{min}	1	2	3	4	5
	55.2MPa	82.7MPa	110.3MPa	137.9MPa	165.5MPa
1 - 41.4MPa	CRA-131	CRA-141	CRA-151
			CWA-132	CWA-142	CWA-152
			CWA-133	CWA-143	CWA-153
2 13.8MPa	...	CRA-221 CWA-222 CWA-223	CRA-231	CRA-241	
			CWA-232	CWA-242	
			CWA-233	CWA-243	
8 69.0MPa	CRA-311 CWA-312 CWA-313	CRA-321	CRA-331	CRA-341	
		CWA-322	CWA-332	CWA-342	
		CWA-323	CWA-333	CWA-343	
		CRA-324		CRA-344	

起来，那就可以检验钢种的效应。

对于其他构造，也都可以仿此进行。

(4) 关于焊接构造疲劳抗力的应力指标可用 f_R 表达的论证，以及残余应力在这儿的作用。

NCHRP 两份报告所提供的资料充分说明： f_R 用于表达焊接构造疲劳抗力，其效应非常显著；而 f_{max} 在这时则对疲劳抗力没有多大影响。在方差分析之外，还将按 f_{min} 为三个不同水平所得的 f_R-N 关系混在一起，当作来自一个总体的样本，进行回归分析，那就很容易从图上看出： f_{min} 的影响确是不大。今将钢种为 A36，有中断盖板的梁的试验结果， f_{min} 有三个水平者，其在双对数坐标纸上的 f_R-N 关系示于图 2—15。

读者试将图 2—15 同图 2—2 作对比，可知：式 2—5 中的 f （实质上是 f_{max} ）若改为 f_R ，当更属合适。因此，新的试验结果证明，下式更为合用：

$$Nf_R^m = N_1f_1^m = N_2f_2^m = C \quad (2-12)$$

注意这式中的 f_1 和 f_2 已改为代表 f_R 。

对于焊接构造讲，为什么只是 f_R （而不是 f_{max} 及 f_{min} 两者）对疲劳抗力起控制作用呢？这可以从焊接构造基材的裂源点总是出现在焊缝趾部或端部附近，在那些地方的焊接残余拉应力的数值很高（接近于屈服点）来解释。看图 2—16，取 OX 线为横坐标轴，用以表示时间；纵坐标则照图 2—1 那样表示应力循环。图中的曲线表示由荷载所生的应力循环情况。由于裂源点存在高值残余拉应力，荷载所生应力当同它叠加，而叠加后的值必然高出屈服点。对于结构钢讲，最大应力只能等于屈服点（在微观方面，发生屈服就是

其原子已滑动到新位置，但同位于新位置的原子关系所对应

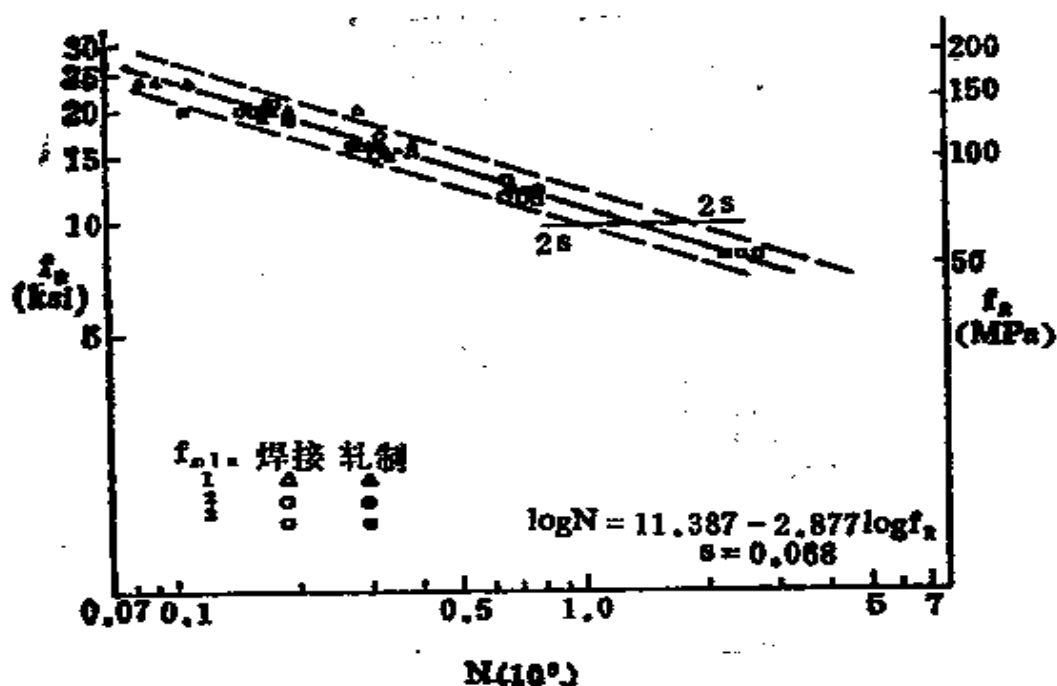


图 2—15 有中断盖板的梁的 f_R-N 关系图

在双对数坐标纸上，钢种为 A39， $f_{m.i.}$ 有三个水平。

(注： $f_{m.i.}$ 1、2、3，分别表示 $f_{m.i.}$ 是 -41.4，13.8 和 69.0 MPa。图内的 s 表示 $\log N$ 的标准差。图内所列 f_R-N 关系已将 f_R 单位改为 MPa)

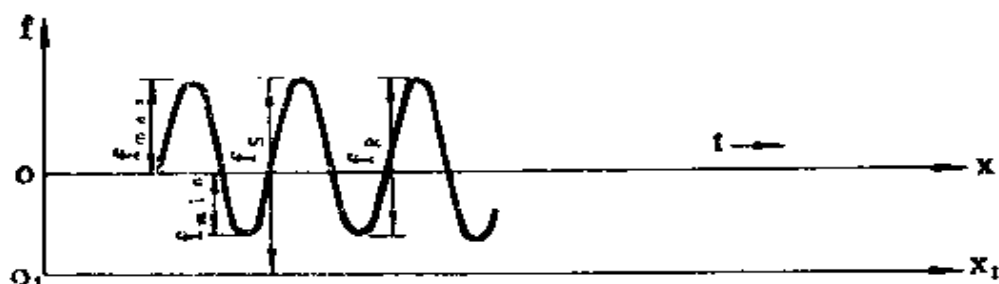


图 2—16 焊接构造裂源点所受应力示意

的宏观应力仍是屈服点)。为此,在图上可另作 O_1X_1 线为新的横坐标轴,且此轴是按它同原曲线最高点的距离是屈服点 f_s 来绘制。这样,只要以 O_1X_1 为新的横坐标轴,原曲线就能较为真实地代表裂源点的应力循环。这时,其最大应力是 f_s ,最小应力是 $f_s - f_R$,而原来的 f_{mi} 就不起什么作用了。因为 f_s 是常数,焊接构造的疲劳抗力也就可以只同 f_R 有关了。

是不是所有的焊接构造都在其裂源点保持高值残余拉应力呢?由于残余拉应力是在焊接的冷缩过程中遇到抵抗而产生,它在下列两情况将达到高值:①试件尺寸大,例如这两份报告所讲的梁式试件,因为冷缩的焊缝面积相对较小,它所受到的抵抗力也就大了;对于实桥常用构造讲,这条件经常是存在的;②试件尺寸不大,但焊缝是纵向的(同试件长度平行的),这时,正在冷缩中的焊缝在任一时刻的面积相对于试件横截面仍是小的,其所受到的抵抗力也较大。但在试件尺寸不大、焊缝又置在横向(垂直于试件长度方向)时,则在焊接冷缩过程中,试件在长度方向容易缩短,残余拉应力就相当小了。在对于文献中的疲劳试验成果进行引用时,就应该注意这一些。

(5) 关于钢种对疲劳抗力影响并不显著的论证

图 2—17 表示单纯焊接梁的 f_R-N 关系,钢种为 A36、A 441 和 A 514 者。由图可见,就实用讲,说钢种对 f_R-N 关系没有影响,是可以接受的。

(6) 用断裂力学参数和弹性应力集中系数对疲劳开裂的机理进行说明的尝试

由于疲劳开裂是从裂源点开始,在阐述其机理时,应当

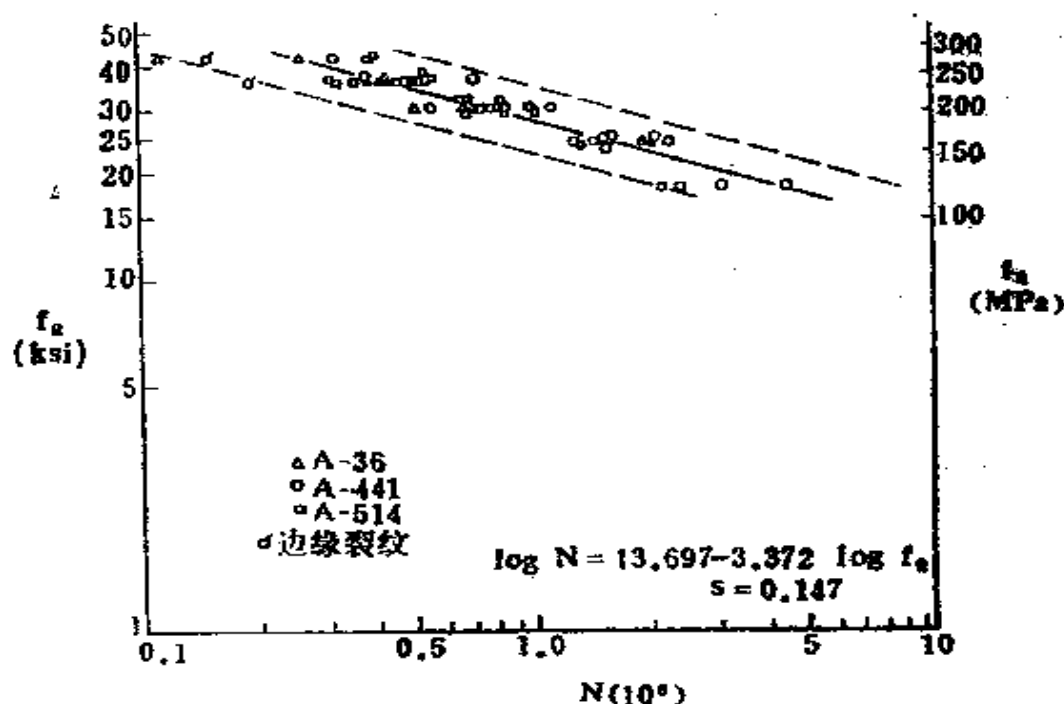


图 2—17 单纯焊接梁的 f_R — N 关系图

在双对数坐标纸上，钢种为 A 36、A 441 和 A 514（注：图内所列 f_R — N 关系已将 f_R 单位改为 MPa）

考虑发生在裂源点那里的应力集中现象。在裂纹前端非常尖锐的条件下，采用断裂力学中的应力强度因子 K 来表达其处的应力场水平，用 ΔK 表示 K 的脉动量（即 $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$ ），而后将裂纹扩展速度写成 ΔK 和材料特性参数的函数。在将 ΔK 以及材料参数分别决定的前提下，用所建立的函数来推算疲劳寿命（致伤次数），这是可行的，人们已经用这一方法说明了式 2—12 和这法的推论相符〔82—1〕。这时，由构造的几何形状所造成的弹性（理论）应力集中系数 K ，有时也不得不引入。看图 2—18(a)，这是一在表面出

现半椭圆形裂纹的等截面板，只用 ΔK 来阐述其裂纹的扩展是合适的，但在图 2—18(b) 所示情况，半椭圆裂纹发生在紧邻一横肋及贴角焊缝处，使荷载在该处所发生应力当还未出现半椭圆裂纹时就已是其匀布值的 K_t 倍。所以，对于图 2—18(b) 的情况，应考虑 K_t 。但是，随着裂纹的扩展，

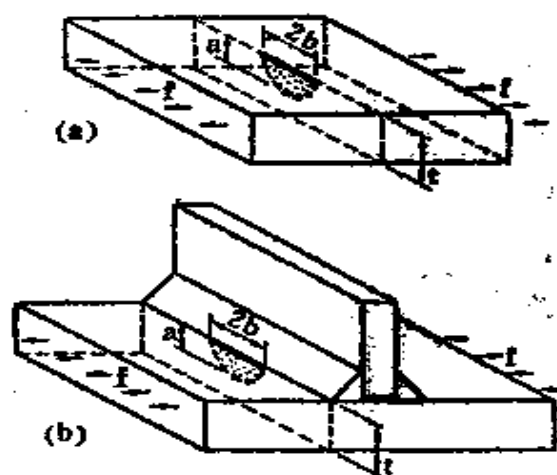


图 2—18 半椭圆形表面裂纹

(a) 在等截面平板表面出现

(b) 在横肋焊缝趾部的平板表面出现

应力流分布显然受影响， K_t 的值当发生变化，那也不能不考虑。图 2—19 是其示意。

(7) 所采用的钢构造按疲劳抗力的分级

作为 NCHRP 的两份报告的直接结果，美国将构造的疲劳抗力分为 5 级，其编号是由 A 到 E；

A 级——用于单纯轧制截面；其因机械加工所造成的缺口必须是轻微的；疲劳开裂将是发生在其轧制缺陷处（对于轧制梁讲，主要是其受拉翼缘的轧制缺陷）。

B 级——用于：①单纯焊接梁，疲劳开裂发生在翼缘焊

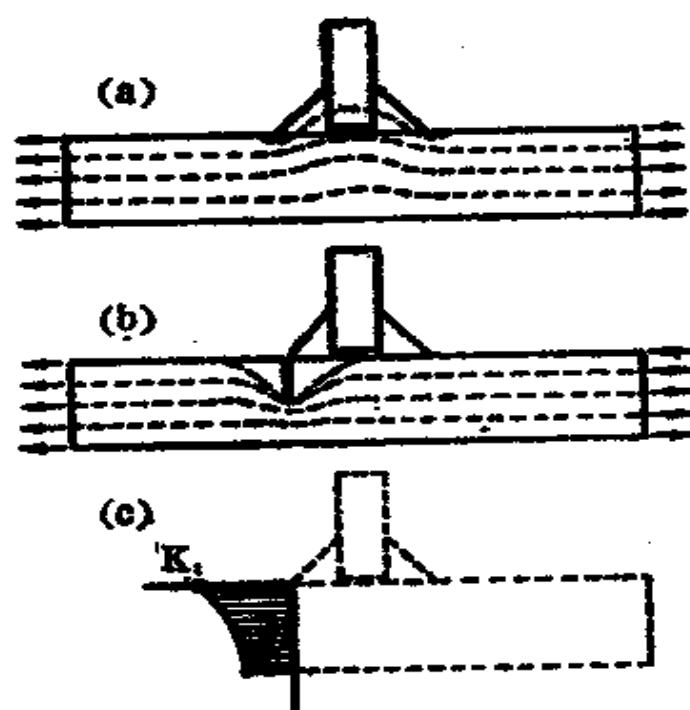


图 2—19 弹性应力集中系数 K_t 的影响及其值的变化

(a) 裂纹刚出现时 (b) 随裂纹的发展应力流显然改变 (c) 建议的 K_t 缩小规律

缝的缺陷处（若其翼缘边缘在制造中出现小的缺口，必须注意将它及时打磨光顺）；②在焊后经过机械加工，并经无损探伤证明无瑕的对接焊缝，对于其横向受力情况；当对焊的两基材在宽度和（或）厚度方面不等时，可以采用 1:2.5 的斜坡、或半径 600 毫米的圆弧过渡；若不机械加工，开裂常发生在邻近焊缝趾部的基材截面，且抗力明显降低，不能属于 B 级；在经机械加工成光顺过渡后，开裂常发生在焊缝截面（有内部缺陷处），那是属于 B 级的；由于验算应该

选最小截面进行，而生产实践总是使焊缝截面不小于基材截面，每一接头所需的疲劳验算也就只是一次。

C 级——用于：①横向肋焊连于腹板处，按基材截面进行验算；按照美国见解，验算只是对弯曲法应力进行（不是按主拉应力进行），其对试验结果测读值当然也是照此办理的；同时还曾提出下列看法：就实桥讲，主拉应力方向不断变化，主拉应力的值较弯曲法应力值也大不了多少（按横肋长度同腹板高度相去不远，并非特短考虑），按主拉应力验算并不见得就是很合理的；②有焊连件的翼缘，当焊连件顺翼缘长度小于 51 毫米时。

D 级——用于有焊连件的翼缘，当焊连件顺翼缘长度是介于 51 和 102 毫米之间时。

E 级——用于：①有中断盖板的梁；②由焊连件的翼缘，当焊连件顺翼缘长度大于 102 毫米时。这是疲劳抗力最差的等级。对于这两情况，在盖板或焊连件离其端头不远处（距离大致是其宽度 2 至 3 倍处），它们将充分地分担梁的荷载（所分担的应力可以按平截面假设来推算），而一到端头，它们突然退出，那就必然在其处造成很大的应力集中。这就是它们疲劳抗力特别低的原因所在。

以上述成果为基础，曾经进行了一些阐述和补充：

① 列在 B 级的单纯焊接梁，其疲劳抗力的所以较高，当从其焊缝是沿着纵向受力、焊缝缺陷相对于其受力的横截面不可能很严重来理解。不论其翼缘焊缝采用 K 状（全溶透）或不透 K 状、或角焊缝，只要焊接质量符合工艺标准，就都是 B 级。对于梁的外层盖板同翼缘的组合焊缝，或组合杆件各通长部件间的组合焊缝（对基材的影响），都当按

这级处理。

② 在 C 级中增添：受钉式传剪器焊连影响的翼缘，受其他在翼缘方向长度不大于 51 毫米的焊连件影响的基材（包括槽钢式传剪器、扣轨件等），焊后不机械加工、但经探伤证明无瑕的横向受力对接焊。

③ 在 E 级中增添：靠角焊缝传力的基材（不论其是搭接头或十字接头，其角焊缝也可以是设在纵向或在横向），以及缺乏研究的焊接构造（例如，翼缘焊缝采用间断贴角焊的梁）。

④ 考虑到横向受力对接焊在过渡圆弧半径 600 毫米时，疲劳抗力能达 B 级，而焊连件在其端头是按不设圆弧过渡来布置的，其疲劳抗力会下降到 E 级，决定为下列两种构造增添其设置圆弧过渡者的等级。两种构造是指：在翼缘板同平面内，用 K 状焊缝（或贴角焊），同一长度较大的（平纵联）节点板相连；在垂直于腹板的平板内，用 K 状透焊或角焊缝，将（平纵联的）节点板连于腹板。若在所说的节点板端头设置半径大于 600 毫米的圆弧过渡，就将它列于 B 级；若半径在 600 到 150 毫米之间，列于 C 级；若半径在 150 到 51 毫米之间，列于 D 级；若半径小于 51 毫米，就仍按焊连件顺翼缘长度分别列入 C、D、E 级（见上述直接成果）。

请注意，对于上述构造，所需验算的都是基材截面（只是在横向受力对接焊中，已将焊缝截面包括了进去）。至于焊缝截面的疲劳开裂，以往只是在将试件承受剪力的角焊缝截面有意缩小的情况下，曾经在试件中出现。如若焊接工艺不合格，使焊根没有焊到（如图 2—10 c），则焊缝喉部截

面也容易发生疲劳开裂。就生产实践讲，由焊缝截面的疲劳抗力控制设计的情况很少见到（这当然是指将工作交给称职人员办理情况）。就设计规范的制订讲，仍然应该给焊缝截面制订一个 f_R 限值。美国现为这一情况设一个 F 级，它适用于角焊缝、不透的 K 状焊缝、以及传剪器的受剪焊缝。其截面一律按通过焊根者计算。应力的性质，一律称为受剪。

此外，还应将非焊接构造的铆接头和高强栓接头的疲劳抗力列入。在这些接头内，并没有高值残余拉应力。只是为使其验算式（连同所用具体应力限值）和焊接构造一致，便将其疲劳试验数据，就 f_R-N 关系进行统计分析。图 2—20 表示高强栓接头基材的情况 [74—1]。经将由焊接构造所决定的 B 级 f_R-N 关系绘入，可以认为，将高强栓接头列为 B 级，是安全的。由于疲劳试验结果是按开裂发生在毛截面或净截面而决定其 f_R 计算值的，在进行疲劳验算时，就应该按下列规则办理：若属摩擦型高强栓接头，作用的 f_R 应照毛截面计算；若属剪压型高强栓接头，作用的 f_R 应照净截面计算。

对于铆钉接头，经决定将其疲劳抗力列入 D 级。因为铆钉属于剪压型紧固件，作用的 f_R 应照净截面计算。

高强栓和铆钉自身，只要它们的数目是按强度验算决定的，就不需要再对它们进行疲劳验算。

2. 英国对于既有疲劳数据的再分析和关于钢构造的（疲劳抗力）分级

英国焊接研究协会（BWRA）的 T.R Gurney 和 S.J. Maddox 在 1972 年向国际焊接协会提出题为《对于焊接钢

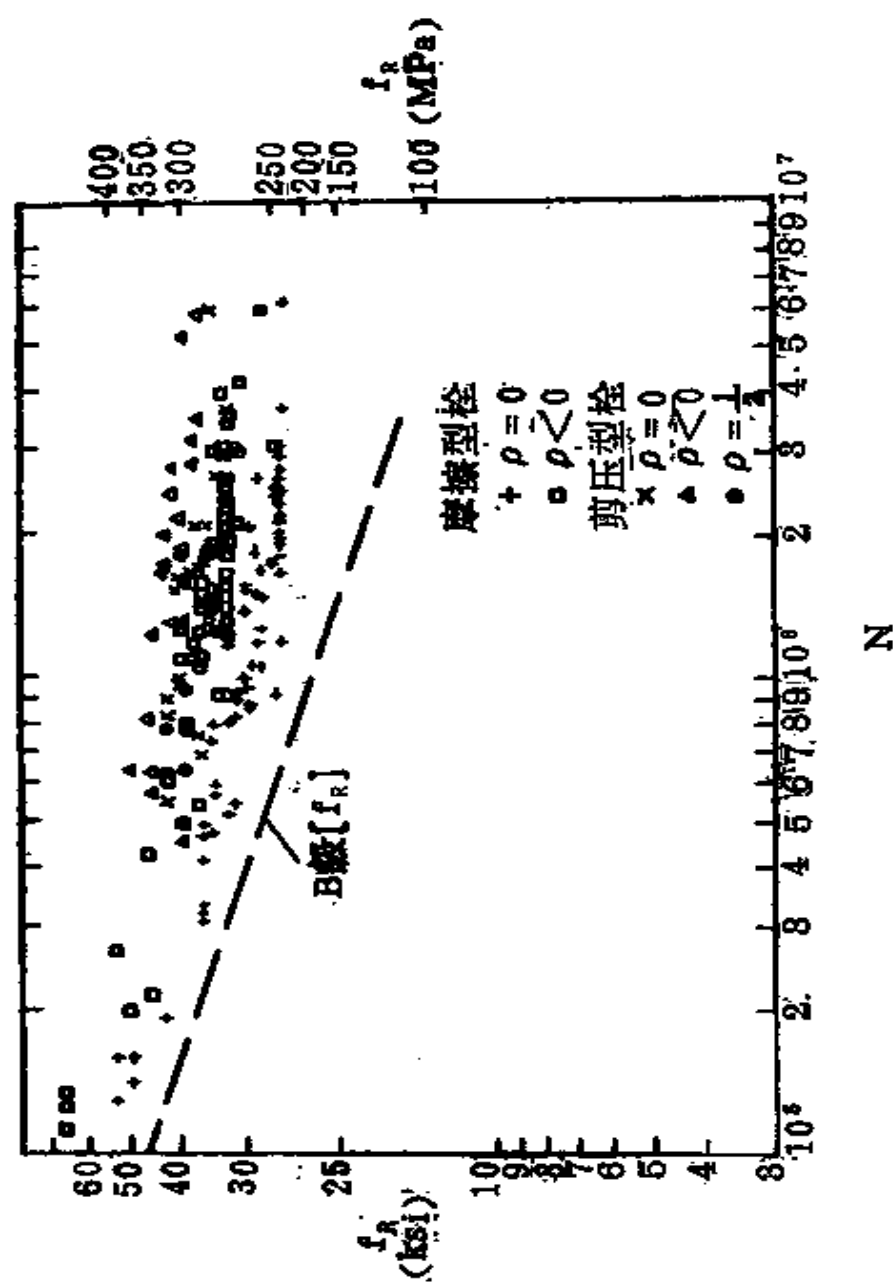


图 2—20 高强度接头基材的 f_R — N 关系图

在双对数坐标纸上，对于裂在毛截面的接头讲， f_R 按毛截面计算，对于裂在净截面的接头讲， f_R 按净截面计算。

构造疲劳数据的再分析》一文〔72—1〕。主旨是在为全世界的钢结构设计规范制订者提供一可资信赖的共同的疲劳试验结果清单。这文具有下列特点：

① 对于焊接构造，承认表达其疲劳抗力的应力指标是 f_R ，承认钢种对疲劳抗力无影响。

② 只搜集五十年代以来的各个具体疲劳试验结果（认为五十年代前的数据在其所用材料、工艺、测试方法等方面和当前出入过大，不应合并起来进行统计分析；认为统计分析所用的原始记录只应该是各具体的试验结果，不能引用别人所已加工，使原始数据无法复原的资料）。

③ 对于按轴向受力所做的疲劳试验，只选用其在拉—拉范围所做的（如图 2—1 c 所示者）。理由是：这些小试件内的残余拉应力当较小，试件受到压力时有可能使其裂源点也处在受压状态，这样，其所呈现的致伤次数有可能太大，故宜舍去。

④ 开始是将构造分为 20 种，将每一种从不同来源所取得的数据，混在一起，假定它们来自同一总体，进行回归分析。发觉：由此所得的 m 值（其含义见图 2—2），同按每一来源的数据分开来求算的 m 值，有 5 种构造出现较大的差异。经决定：将其 m 值改为由其不同来源数据所提供的 m 中值，再就所有经验点求“重心”〔指附录 B 之中由 (\bar{X}, \bar{Y}) 决定的点〕；然后，按所取 m 值，过“重心”作线，取该线代表这种构造的 f_R-N 关系。所说的五种构造的 m 改变情况，见表 2—2。

⑤ 考虑到有横向焊缝的小试件所能保留的残余拉应力几乎是零，但当这种构造用于实桥时，由于实桥各构造尺寸

大，所保留的残余拉应力当仍达高值。乃决定对其有横向焊缝的 6 种构造的 f_R-N 线进行改正。这一改正的依据是这样：根据对于一有纵向角焊缝试件所做的若干疲劳试验，将其在焊后未经消力处理者和经过消力处理者的试验结果点绘在双对数坐标纸上，得两条 f_R-N 关系线，经发觉：(a) 在 $N = 2 \times 10^6$ 处，未经消力处理试验件的 f_R 是经过消力处理试件 f_R 的 0.85；(b) 在 f_R 接近屈服点处，两线相交（参看图 2—16，因作用应力已较大，不需要有高值残余拉应力同它迭加， f_{max} 也是 f_s ，所以这两者已无差别）。另外，还将其它试件按应力比 $\rho = 0.5$ 所得的 f_R （注：其 f_{max} 当达 f_s ，使 f_R 同其有高值残余拉应力的情况无差别）同按 $\rho = 0$ 所得的 f_R （注：其 f_{max} 当低于 f_s ，使小试件因无高值残余拉应力而使 f_R 提高）相比，知前一个 f_R 是后一个 f_R 的 0.815（其 N 是 2×10^6 ）。经决定采用这后一比值。于是，在双对数坐标纸上，对于有横向焊缝试件按原分析所得的 f_R-N 直线所作的改正是这样：(a) 将 $N = 2 \times 10^6$ 处按原 f_R 值所决定的点改绘在 $0.815f_R$ 处，得另一点；(b) 让原 f_R-N 线在 $f_R = 247\text{MPa}$ （即 16 英吨每平方英寸）处的点的位置保持不变（注：预料其 f_{max} 已达屈服，是否有高值残余拉应力已无影响）；(3) 用直线连接以上两点，这就是改正后所得的线。这样做的结果，是 m 值小了，高值 N 处的 f_R 显然下降。对 6 种构造所作的这一改正，现已列在表 2—2 内。

⑥ 不同构造在双对数坐标纸上的 f_R-N 线由于 m 的不同而相交，形成不合理的推论，经予改正。例如，图 2—21 是表 2—2 第 1 和第 2 两种构造 f_R-N 线的示意。这两线在 $N = 4.2 \times 10^5$ 处相交。于是，在 $N > 4.2 \times 10^5$ 时，第 1 种

构造的 f_R 大于第 2 种, 这是合乎实际的, 而在 $N < 4.2 \times 10^5$ 时, 第 1 种构造的 f_R 却低于第 2 种, 那就同事实有出入了。限于财力, 现在没有用更多的疲劳试验来对这推论进行校正, 而是调整其 m 值。在将第 1 种构造的 m 从 5.69 改为 4, 第 2 种构造的 m 从 3.18 改为 3.5 后, 这问题就基本解决了。

⑦ 将 f_R 相近的几种构造合并成一级, 将同一级内的几

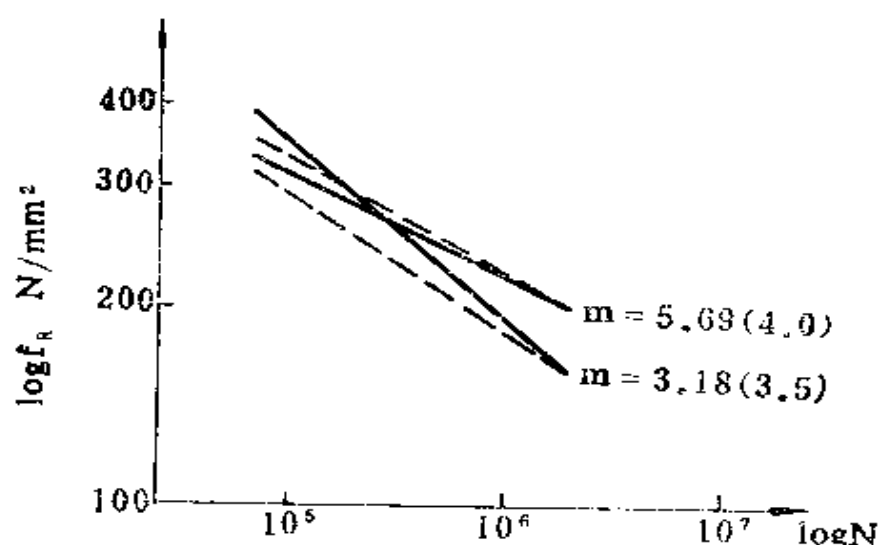


图 2—21 在双对数坐标纸上, 对 f_R-N 线斜率所作的调整 (举例)

(注: 实线是调整前的 f_R-N 关系, 虚线是调整后 f_R-N 关系)

种构造的所有疲劳试验结果混在一起, 当作来自同一总体, 重新进行回归分析, 由此而为所建议的每一个级提出一条 f_R-N 线; 其后, 还将这些线的 m 值调整到相等或相近。

⑧ 曾经使用方差分析, 检验将不同来源的疲劳试验结果能够混在一起分析这一假设的正确性, 结论是可以接受。

《再分析》一文所讲各构造的疲劳抗力的主要内容，见表2—2。将其第17至第20种构造略去，是因其属于焊后对过渡区进行机械加工，使 f_R 提高，其疲劳试验结果数目不多，又都是来自BWRA这一单位，在随后修订BS5400第10篇[80—4]时，未予采用。这文所建议的构造按疲劳抗力的分级，原是从B到G，共6级，但在修订BS5400第10篇过程中，在原建议的F和G两级之间，增加F2一级，于是，现在是共有7级。

现在当对表2—2所列16种构造的特征进行介绍。第1至第3种是指翼缘焊接，例如单纯焊接梁所使用的；剖口焊是指K状透焊。第5种是指图2—13所示构造。第6至第7种是指在焊后不进行机械加工的对接焊，其第7种是指只从一面施焊，为保证熔透而又不让熔融的焊液流失而在另一面增加永久性铁垫的情况。在疲劳试验中，第7种构造很容易在焊缝同铁垫的熔合线那里开裂。第9种构造就是将第3种构造中的焊缝从连续改为间断。第16种构造是指图2—12所示情况；事实上，《再分析》一文所引用的数据是得自Lehigh大学在美国NCHRP102号报告发表之前所已公开的部分材料。其余8种构造则如图2—22所示意。图2—22的(b)和(e)是十字接头，(b)用K状透焊，其疲劳开裂不会发生在焊缝内，只会发生在焊缝趾部的水平板内；为使其焊缝另一趾部同竖板不致因直角相交而引起过大的应力集中，应该在K状焊外面加贴角焊缝，且焊脚尺寸不应小于竖板厚度的四分之一；对于(e)所示的贴角焊，若使每侧两贴角焊的焊脚尺寸的和大于水平板厚度的两倍，则疲劳开裂也不会发生在焊缝喉部截面，只会发生在通过焊趾的水平板

内。图 2—22 内的 (c) 和 (d) 分别是受纵向肋和横向肋焊连影响的基材构造；所收集的纵向肋试验数据只是短肋的，这些试验结果带有局限性。图 2—22 的 (f) 和 (h) 是搭接头，分别使用横向贴角焊和纵向贴角焊传力。图 2—22 (g) 则是和图 2—13 所示的长焊连件情况性质相同（虽然所用焊缝类型不一样）。

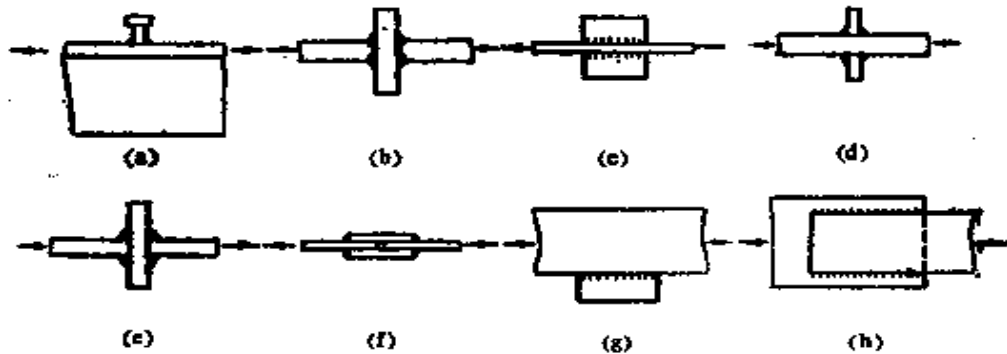


图 2—22 表 2—2 所示几种构造示意

(a) 第 4 种 (b) 第 8 种 (c) 第 10 种 (d) 第 11 种

(e) 第 12 种 (f) 第 13 种 (g) 第 14 种 (h) 第 15 种

在 BS5400 第 10 篇内，只为 $N = 10^7$ 列出 f_R 的限值，本书今用 $[f_{R0}]$ 表示它。为了对比的需要，经按所给算式将 $N = 2 \times 10^6$ 的 f_R 限值求出，并将它们用 $[f_{R2}]$ 表达在表 2—2 之内。

现在介绍 BS5400 第 10 篇对于钢构造按疲劳抗力的分级，为帮助规范使用者不要将分级弄错，它指出应予注意的下列 4 点：作用拉应力（相对于所考虑的构造）的方向，裂源点，几何特征，细节的制造工艺（指焊接工艺及焊后加工、检查方法），事实上，这 4 点都可以同构造的“缺口”所致的应力集中联系起来进行理解。因为，只要讲应力集中，

就必须考虑构造在传力途径（这途径自是由力的方向决定的）中的截面变化（一则决定于构造几何特征，再则决定于工艺所致的缺陷，以及内部缺陷是否采用无损探伤法来检查），由此确定应力集中最严重的（裂源）点，而开裂的截面自当是垂直于拉应力方向的。

BS5400 第10篇在其附录中，是按①非焊接构造，②部件表面有焊连件者，③在件端有焊接头者，将构造分别列在三个表内。现择其特点阐述如下。

对于非焊接构造：

(a) 将基材经机械加工（如刨削）或精密烧切者，列在（英国的）C级；如果基材内部有较大孔洞，或截面宽度有变化，但均经加工成圆弧过渡，那都可以在将弹性应力集中系数计入后，对其提高了的应力值，用C级的 $[f_R]$ 进行验算。

(b) 高强栓接头，在构造上采用双“受剪面”对接时，可按C级取 $[f_R]$ ；而且，摩擦型者可以用基材毛截面进行验算，剪压型者则用净截面。在构造上是用单“受剪面”搭接者（虽这种搭接是对工型截面的一翼缘讲的），当按D级。

(c) 铆钉接头，以及受小空孔影响的基材，都按D级（注意英国的D级要比美国D级在 $[f_R]$ 值上高得多，看图2—24）。

对于部件表面有焊连件者：

(a) 受连续纵向焊缝（含K状透焊，不透K焊、贴角焊、铁垫对接焊）影响的基材，仅其无熄弧复弧者能按C级，否则就按D级。

(b) 对于表 2—2 内的第 4 种（受传剪器影响者），第 5 种（横肋影响的腹板），第 10 种（长度小于 150 毫米的纵肋影响的基材），第 11 种（横肋影响的基材，当其基材内的剪应力大于法应力的 0.5 时，列在 E 级，并按主拉应力验算；若剪应力没有这么大，则须降到 F 级（仍按主拉应力验算）。

(c) 长度大于 150 毫米，宽度大于 50 毫米的外层盖板中断处，其不断的基材按 G 级；若是宽度不大于 50 毫米的长纵肋中断，改按 F2 级。

(d) 只要是在一部件中断的范围内（这部件可以是焊连件、横向肋、搭接头盖板，或位于同平面的节点板），当其角焊缝趾部离基材的纵向或横向边缘距离 t 小于 10 毫米时（见图 2—23a），受影响的基材都应按 G 级取值。若部件不中断，其 t 可以不受 10 毫米的限制，仍然按照上述受连续纵向焊缝影响基材处理，且必须要防止其基材棱角发生咬肉（见图 2—23b 及 c）。

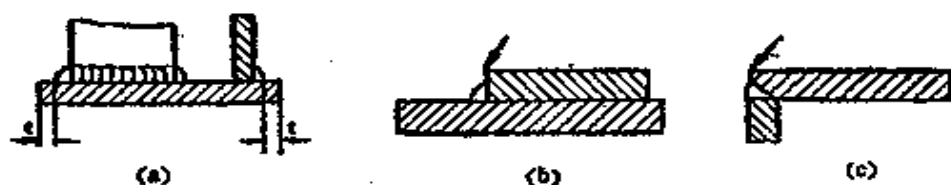


图 2—23 关于焊缝位于构件边缘的规定

(a) 在一部件中断处， t 若小于 10 毫米，疲劳分级降至 G 级 (b) 及 (c) 表示部件不中断，箭头所指棱角不得出现咬肉（若出现，必须打磨光滑）

对于在件端有焊接头者（它这儿的“件”，包括对接焊接头双方的基材件，十字接头以端部传力的基材件，由传剪

器形成的件)，其特点为：

(a) 横向受力的对接焊，焊后经机械加工（若宽度、厚度不等，应使过渡区斜坡不陡于 1:4），探伤证明无瑕的，可按 G 级使用；焊后不加工者，降为 D 级及 E 级；有铁垫者，降到 F 级。

(b) 十字接头，用 K 状透焊者，基材列入 F 级，用横向角焊缝者，基材列入 F2 级。

(c) 角焊缝和不透 K 焊，裂在焊喉者，另列为 W 级，传剪器受剪的焊喉，另列为 S 级。

BS5400 第 10 篇在承认焊接构造疲劳抗力当用 f_R 表达的同时，对于非焊接构造承受变号应力者则是在实质上仍照老的办法，也就是用式 2—7，并取 $k=0.6$ ，以决定 $[f_{max}]$ 。但在形式上却是这样规定：非焊接构造应当取有效的 f_R 来进行疲劳验算，而有效的 f_R ，参看图 2—1 (a)，是其拉应力正值的全部（即 f_{max} ），加其压应力绝对值的 0.6（即 $0.6f_{min} = -0.6\rho f_{max}$ ，列入负号的原因在于 f_{min} 本身是有负号的）的和。于是，让有效的 f_R 不大于按 $\rho=0$ 定义的应力脉 $[f_0]$ ，就是

$$(f_{max} - 0.6\rho f_{max}) \leq [f_0]$$

或
$$f_{max} \leq \frac{[f_0]}{1 - 0.6\rho} = [f_{max}] = [\sigma_a] \quad (2-13)$$

说它实质上仍照老办法，就是针对 f_{min} 和 f_{max} 异号讲的。若 f_{min} 和 f_{max} 同号，则 $[f_R] = [f_0]$ ，那还是比旧规定有所提高的（注： $[f_R]$ 和 ρ 无关，故 $[f_R] = [f_0]$ ）。

3. 几种主要构造的 $[f_R]$ 值

美国将焊接构造（基材）按疲劳抗力分为 5 级，英国分为 7 级，国际焊接协会 (IIW) 在 1980 年的一项建议 [80—3] 中则分级更多。在所说的那一项建议内，将相邻两级的 $[f_R]$ 比值按 $(10)^{\frac{1}{20}}$ （即 1.122）取值，并取 $N = 2 \times 10^6$ 处的 $[f_R]$ 来称呼各级。这是使人感到兴趣的。但从现状看，已有的疲劳试验结果还不容许我们划分那么多的级别，而桥梁设计者在这一方面似乎也并不抱着奢望，因此，本书现只是就 $N = 2 \times 10^6$ 情况，将上述三种规范和建议为其不同级别所列的 $[f_R]$ ，列在图 2—24 内作一对比，且对桥梁设计者最关心的几个 $[f_R]$ 论述一二。

从图 2—24 可见，美国 B 级同英国 C 级的 $[f_R]$ 相同。美国 B 级适用于：①单纯焊接梁（对于熄弧复弧所造成的缺陷，未提降级要求 [74—2]），②焊后加工的横向受力对接焊，③高强栓接头。英国 C 级也适用于这三种构造，但在 BS5400 第 10 篇的附录中，对高强栓接头采用单“受剪面”的情况，却作出了过分严格的解释（即降为 D 级），经查美国文献 [24—1] 第 151 及 173 页的正文和美国有关规范中的

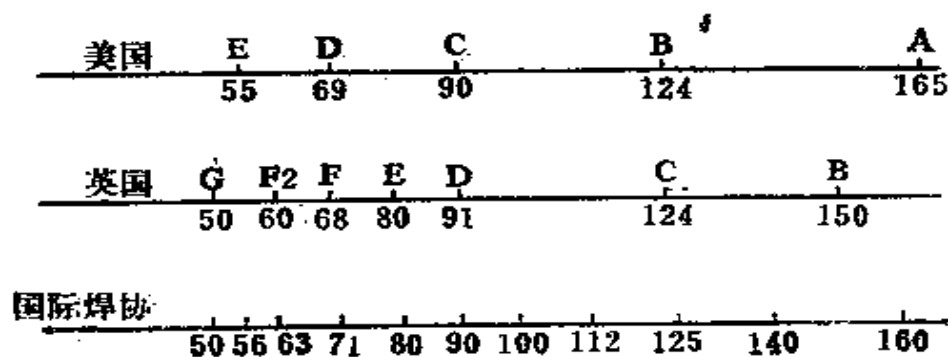


图 2—24 不同规范及建议对于钢构造的疲劳分级及其 $[f_R]$ 值（当 $N = 2 \times 10^6$ 时）

图释，可以肯定：对于有实体腹板的工形杆件讲，其两翼缘的高强栓按单“受剪面”传力者，美国研究者就按其所拥有的少量试验资料，允许基材照美国 B 级办理。

美国 C 级适用于：①受横肋影响的腹板；②受短于 51 毫米焊连件影响的翼缘；③受钉式传剪器影响的翼缘；而且，允许受横肋影响的腹板在 N 超过 2×10^6 时（意指无穷多次）的 $[f_R]$ 比翼缘受短焊连件影响者为高（见表 3—5）。从 NCHRP 报告看，这是有其根据的。英国一则受其按主拉应力验算的老观念的影响，再则将表 2—2 第 10 种构造并在这一级构造之中，还认为传剪器将埋入混凝土之中，基材若有开裂，当难检修，乃将这三种构造的级别订得过低（剪应力颇大时，B 级，否则就是 F 级）。

美国 E 级是其焊接钢构造疲劳抗力最差的级别，其试验数据是比较充分的。英国 G 级的 $[f_R]$ 订得更低，是其所依据的试验数据不够全面所致。

三、钢桥疲劳设计实用方法

结构设计涉及两个方面，一是抗力，一是荷载和荷载效应。

对疲劳抗力的研究业已如前所述，凭常幅疲劳试验为各种构造制定其 f_R-N 或 $[f_R]-N$ 关系，是其成果。

疲劳设计所需使用的荷载，不应是一个荷载最大值，而应是一个谱。这个谱，应将结构在其规定的寿命期间，所将遇到的大小不同的各活载及其次数全部开列出来。如果所说的“各活载”能够只用几种典型活载来代表，则这个谱就可以简单到只列出这些典型活载，并将各该典型活载的作用次

数逐个列出，就行了。由于这样的谱对于各活载的先后次序不讲究，一般称之为活载频值谱。

造成疲劳开裂的直接原因，是活载使构造各裂源点所受到的应力变化（如图2—1所示者）。这是荷载效应，而不是荷载本身。所以，在知道活载频值谱之后，还应该用它来计算设计应力频值谱。这个谱应该将桥梁规定寿命期间，其构造的验算点所将受到的不同大小的应力脉及其次数逐个开列清楚。对大小应力脉的先后次序将不予讲究，所以，也被称为频值谱。

设计应力频值谱一般是变幅的。为了能进行疲劳设计，必须要有一个能表达变幅应力的疲劳致伤效应的规则，借能将变幅致伤效应换算为常幅致伤效应，再同上述疲劳抗力联系起来。现今在桥梁疲劳设计中所广泛使用的一种规则是Palmgren—Miner线性积伤规则。每一应力脉对构造所造成的疲劳损伤，同其作用的先后顺序无关，正好是这一规则的特点。上述活载和设计应力的频值谱，也是为同这一规则配套使用而那样规定的。

相对于公路桥讲，铁路桥的疲劳设计稍许单纯一些，今将先讲铁路桥。

（一）铁路桥的活载频值谱和设计应力频值谱

1. 国际铁路联盟（UIC）1972至1979年所进行的调查和分析

在对铁路桥的荷载和应力进行测试和分析方面，联盟的ORE（Office for Research and Experiments）D128专门委员会进行了工作，提出了报告〔80—1〕。

曾对不少实桥进行了较为长期的测试。所测试的主梁，其跨度是 5.0、8.2、11.2、16.0、20.7、26.4、32.0 和 56.2 米，纵梁跨度从 2.4 到 5.6 米，横梁跨度从 3.2 到 4.9 米。对于轴重，在桥外和桥上都测读，两者的出入不大。最常遇的轴重，是 200 kN（每来自机车或重载货车）、100 kN（来自客车）、50 kN（来自空载货车）。典型的应力历程例是如图 3—1 所示。它是同简支梁跨中弯矩应力对应的。它的脉动量大致包括三个类型：①主要脉（动量）——每一趟列车有这样一个，其值大致正比于跨度的平方；②阶状脉（动量）——由于某节（或几节）车厢载重同其前后有较大差异所生；③微弱脉——局部现象所造成，它随着跨度的增加而变成不重要的。

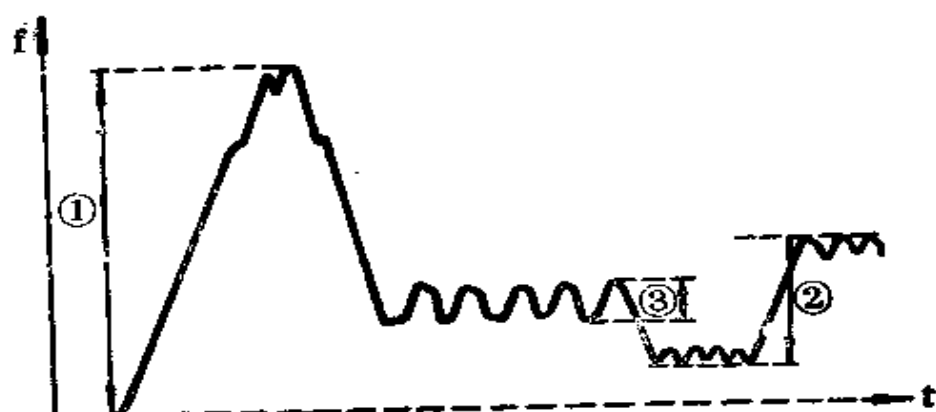


图 3—1 铁路简支梁桥跨中弯矩应力历程例（举例）

也曾对一些实桥进行短期测试，目的在明确实测应力同计算应力的关系。就静力讲，由于结构的空作用（小跨桥还有轨道参与承载和摩擦力等影响），实测应力较低。就动力讲，由于轨道不平，且车速、车辆簧上部分的振动频率等

每有不同，其变异性较大。

曾向7个单位搜集列车资料，由此而得典型列车52种。曾用这52种列车对下列10种跨度简支梁进行疲劳损伤计算：2、3、4、5、7、10、15、20、30和50米。

按照等损伤度原则，认为52种典型列车可以分成4类，并进行简化。这4类是：重载货车，混合货车，客运列车（指有机车者），载客的动车组。

2. 逐流法和泄水法——从应力历程例推算应力频值例的法子

按照老观点，在做结构验算时，只是对于活荷载使验算点所生的最大拉应力（ f_{max} ）和最大压应力（ f_{min} ）感兴趣。因此，在将验算点的应力影响线作出后，所想的只是将活荷载放置在影响线的最不利位置（如图3—6内所示意），而在修订设计规范时，又是从（对所生的最大内力）等效的观点出发，使所采用的标准活荷载的绝大部分是匀布荷载。由于在疲劳致伤过程中，象图2—1所表达的那一类应力历程线具有决定意义，我们就必须舍弃老观点，转而研究应力历程。回顾图3—1，这个历程是可以从实桥测读的，但所测读的具体值要受很多因素（荷载和结构细节等）影响。若我们不能从理论上说明具体值的所以然，则在如何利用这些具体值方面，就需要十分慎重。另一方面，这一应力历程是不难通过结构分析进行推算的（由于计算简图等原因而引起的误差，当用“结构系数”来校正；而“结构系数”是指：结构某点的实测应力值对其计算应力值之比）。因此，当典型列车或车辆已经由所采用的活载频值谱所规定时，就可以将这些列车或车辆逐个从谱中取出，让它从影响线的一端进

入，就其若干位置将所对应的应力求出，并且记录下来，直到它在影响线另一端完全驶出为止（参见图 3—6 下半部）。一列车或一辆车驶过一桥的全过程，是叫一个加载例。在一个加载例中，其应力随时间变化的记录，叫应力历程例。为了计算疲劳损伤度的需要，要把一个应力历程例中所包含的大小不同的应力脉（现将用 f_v 代表其作用的应力脉）和它们的次数取将出来，编制为应力频值例。在将一个活载频值谱中的所有各种列车或车辆的应力频值例都取将出来后，将各应力脉的次数分别乘以各该列车或车辆的过桥次数，汇总起来，那就得到我们所需要的设计应力频值谱了。

现用图 3—2 来说明简支梁跨中弯矩的几个应力历程例，以及其所包含的应力脉次数。所用的车辆活载是英国公路的“标疲车”（见图 3—12）。其简支梁跨度是从小于 1.8 米增加到大于 15.6 米。随跨度的增加，应力历程例从 4 个峰点逐步转变为没有峰点。画在各历程例右侧的，则是用泄水法计算其应力脉及次数情况，读者可在读完本节后再看。

从应力历程例取应力脉及次数，方法有若干种。在钢桥疲劳验算中，现常采用迳流法和泄水法。当相同的加载例连续发生时，按这两法所取得的结果是一样的。图 3—3 表示用应变延滞现象说明我们对迳流法计数的理解。图 3—3(a) 表示一应力历程，今用 1、3 标示其峰点，用 2 标示谷点。图 3—3(b) 表示钢材在发生这一应力变化时所发生的应变，它是应力应变图。由于钢材并非理想弹性，它在这过程中就多次出现延滞的应变，而钢材好象是能“记忆”这些应变似的。最大的一个延滞应变循环是循着 0—3—4 线变化的，次大

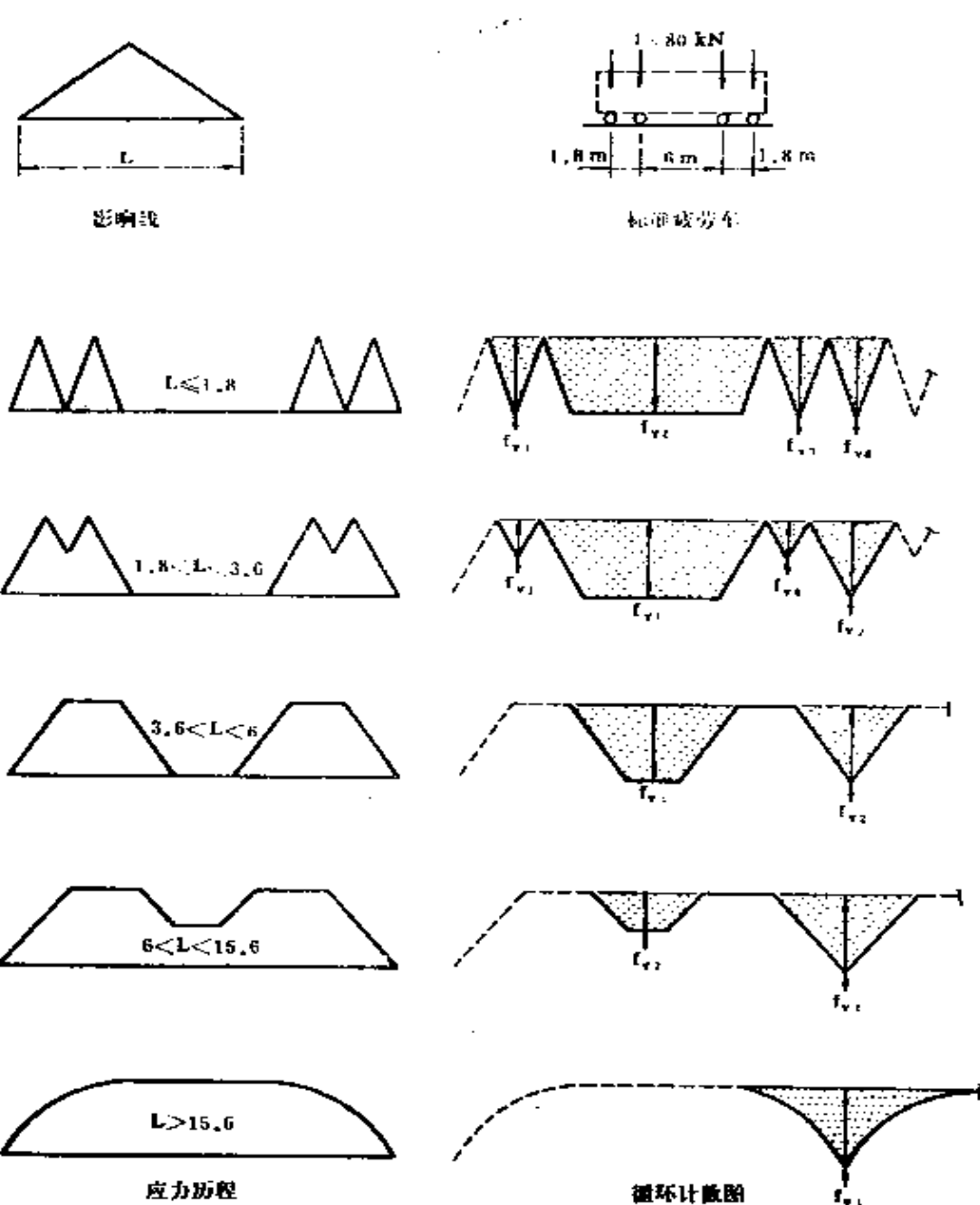


图 3—2 由标疲劳车所致的简支梁跨中弯矩历程

的一个则由 1—2—1' 线表达。图 3—3(c) 表示仍用应力变化来表示上述两个应变循环，其最大的一个将由 0—3—4 线表

示，次大的则由其 1—2—1' 表示。

为使所讲的应力脉计数法较为严密，乃订立了逕流法的规则。在按这法进行时，要将图 3—3(a) 顺时针转动 90° ，

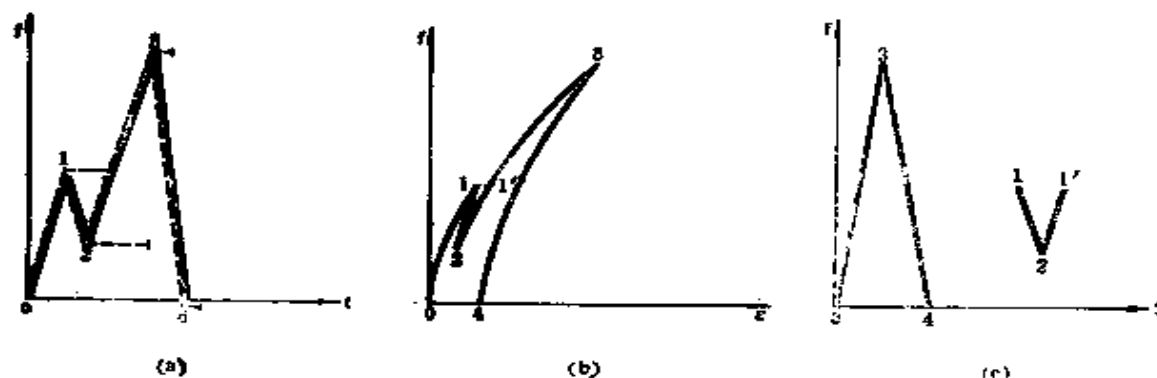


图 3—3 应变延滞和逕流法计数关系

使 t 轴向下，于是，将应力历程当作若干层屋面，假定这屋面的每一层都受到雨水，形成逕流，顺着层面向下淌。对应力脉的计数规则是这样：

(a) 沿着 t 轴，依次从所遇到的每一谷点或峰点开始我们的工作；当从谷点开始的逕流到达一峰点并见到下一个峰点更高时，逕流可以流到下一层屋面并流向更高的峰点，但若见到下一个谷点比这逕流出发的谷点还要低，那它就应终止（不要落到下一层屋面）。

(b) 若第一步是从一谷点开始，现在就应该从其下的峰点开始；当这个从峰点开始的逕流到达一谷点并见到下一谷点更低时，可以落到下一层屋面并流向更低的谷点，但若见到下一个峰点，比这逕流出发的峰点更高，那它就应终止（不要落到下一层屋面）。

(c) 在所有情况，当迳流遇到从上一层屋面落下的迳流时，它应立即中止。

图 3—4 表示这些规则的应用。这图的 0—4 部分同图 3—3(a) 相同，增添 4—6 是为了说明上述规则关于“但”的规定。第一条迳流是 0—1—3，由于谷点 5 比这径流开始点 0 为低，它就停止了。第二条迳流是 1—2，因峰点 3 比开始点 1 更高，也就停下来了。第三条迳流是 2—1'，它因遇到从上一层落下来的迳流，遂立即中止。第四条迳流是 3—5。第五条是……。

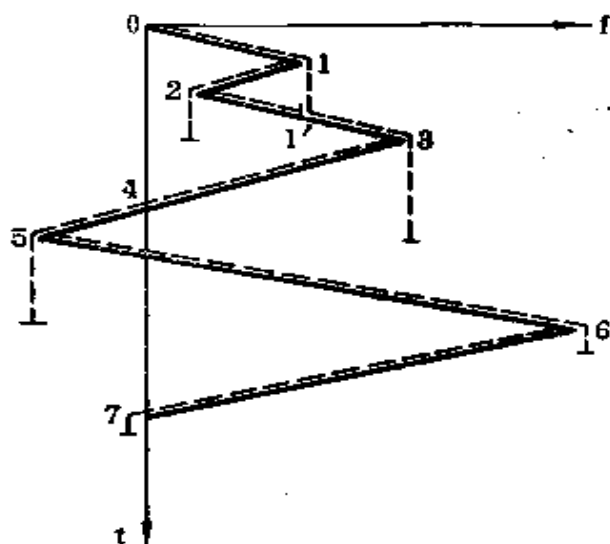


图 3—4 周迳流法计数 (举例)

现在以图 3—5 用泄水法将图 3—4 的应力历程例的应力脉及次数计算一遍。在按这一方法进行时，要将同样的应力历程例接在其右侧再画一个。然后，过其两等高的最高峰点作一水平线（要检查在这两峰点之间的应力历程是否和一个加载例的全过程相当），将这水平线之下的应力历程线当作

一水池的横断面看待。于是，择其最低谷点泄水，以水面到该谷点的水深决定一个循环的应力脉值。查看这一泄水点所

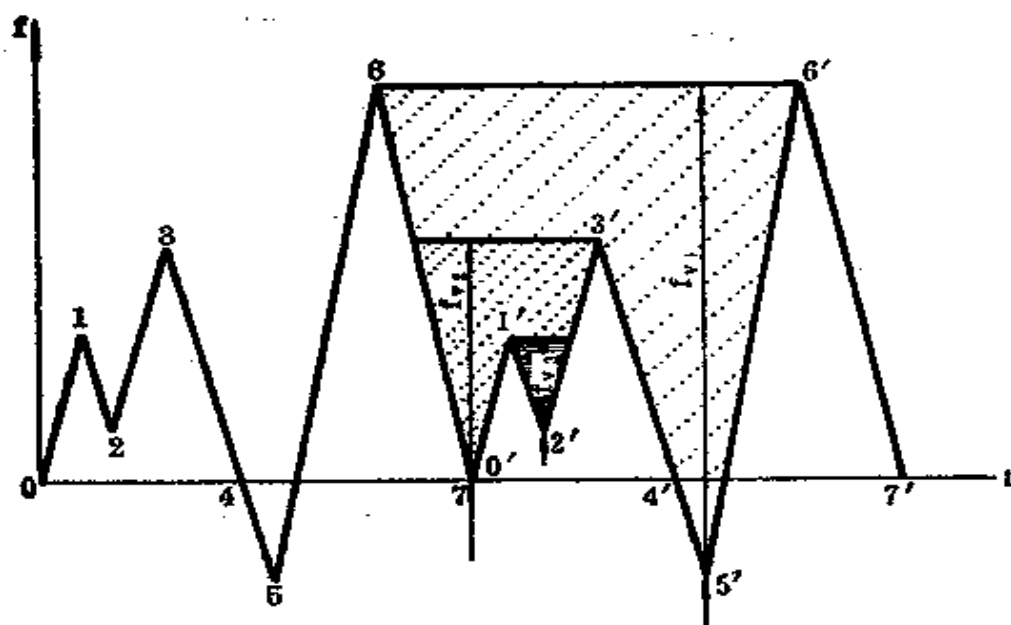


图 3—5 用泄水法计数 (举例)

泄不出去的剩余的水，再对剩余部分择其最低谷点泄水，以剩余部分的水面到这一谷点的水深决定这一个循环的应力数值。

从所介绍的求算应力历程的过程可知，将列车中的车辆荷载的各个轴重改变为匀布荷载，将使应力历程线变样。所以，为制订疲劳验算规则而提出的活载频值谱，其各个列车或车辆只应该用轴重来表示。

经验表明：简支梁的各种应力历程例比较简单，其主要应力脉在数值上颇为突出，这使其余的应力脉处于次要地位。在制订设计规范所需数据时，现在就按简支梁来计算。

为利用规范所给数据来处理超静定结构，允许用一匀布荷载代替列车（轴重）荷载，绘制其应力历程例，借以计算其几个应力脉的相对值。图 3—6 表示对三跨连续梁中跨的跨中弯矩的处理情况。所取的活荷载是 UIC 活载，如右上角所示。在图的上半部，用两个小图分别给出照传统办法计算 f_{max} 和

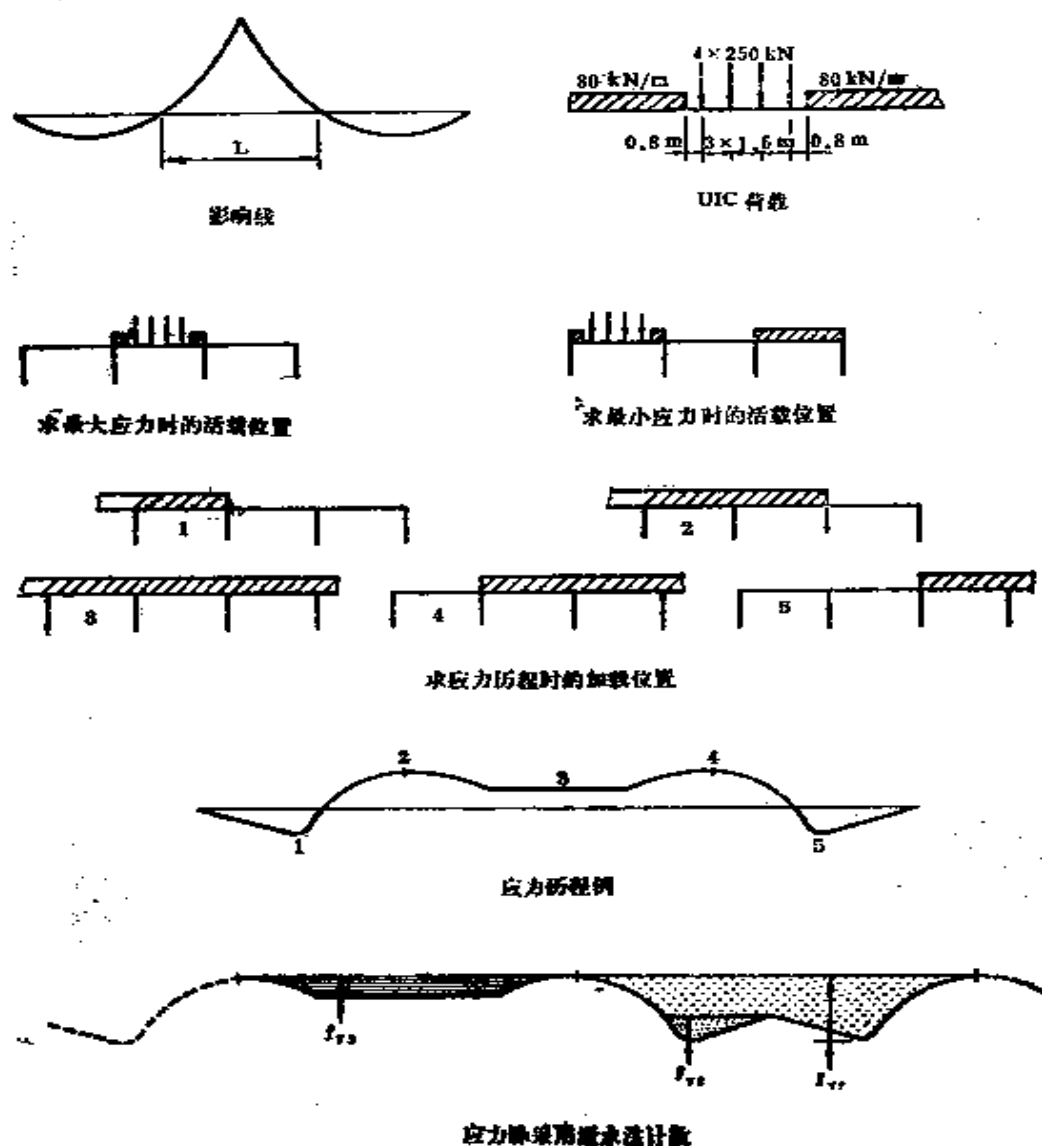


图 3—6 三跨连续梁桥中跨跨中弯矩的计算

f_{max} 所用的活载位置。在图的中央，依次给出匀布荷载进入连续梁的 1 至 5 各位置，其下是所得的应力历程例（图内数字是同上述匀布荷载位置对应），再下则是用泄水法决定其各应力脉的相对值。

对于疲劳问题的研究者和习惯于电算的工程师讲，用逐流法是合理的。对于日常不大碰到疲劳问题的工程技术人员讲，泄水法比较容易掌握。

3. 英国 BS 5400 第 10 篇内的铁路桥活载频值谱和设计应力频值谱。

它将铁路分成两类：正规线路和客运快车线路。正规线路又按其列车的轻重分为三级：重载、中等载重、轻载。按该规范在附录中的说明，这样的分级是同欧洲的大部分铁路情况相符的。今将其重载正规线路为疲劳验算所用的典型列车三种型号列在图 3—7 内，还用表 3—1 说明这一级线路每年行驶这三种型号列车的次数和总吨位。再将设计基准期

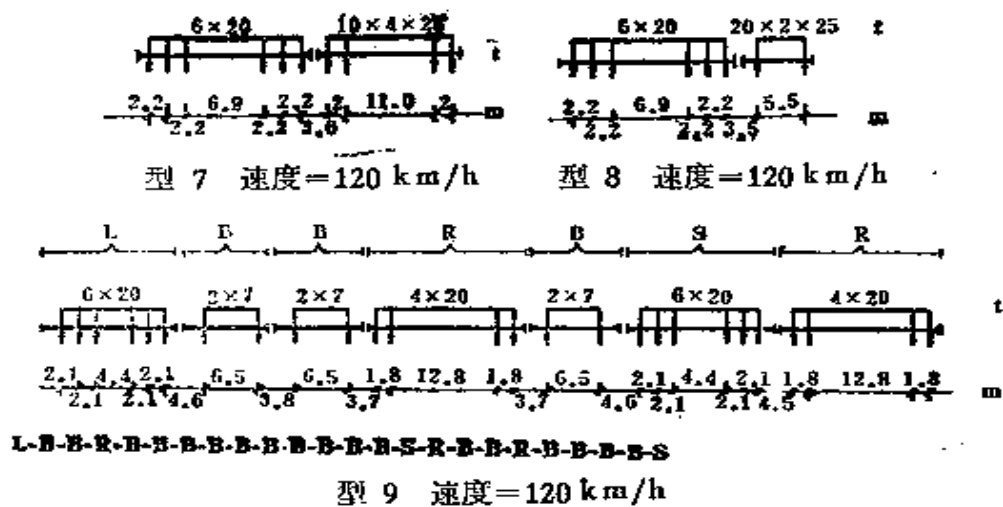


图 3—7 欧洲重载正规铁路桥
疲劳验算所取的典型列车

定为 120 年。这样，在活载频值谱内所需规定的各个数据就齐全了。

规范制订者已按这样的典型列车频值谱将不同跨度简支梁跨中弯矩的设计应力频值谱求出。这个谱应该包括两列数值，一列是各应力脉的值，另一列是其各相应的次数。前一列的各个应力脉值是分级表示的。将其按 UIC 标准活载（见图 3—6 右上角）照传统办法所算出来的跨中弯矩应力脉用 f_v 表示，现在是取 $0.1 f_v$ 为这儿的应力脉所取的分级标准，再用 n_v 表示在 120 年内，如表 3—1 所列的各型号列车行驶

欧洲重载正规铁路桥疲劳设计所取的
典型列车每年行驶次数及总吨位

表 3—1

级别	列车型号	列车毛重(吨)	行车次数	年总吨吨位, $\times 10^6$ 吨
重 载	型 7	1120	4812	5.40
	型 8	1120	7232	8.10
	型 9	852	15845	13.50
总 计				27.00

那么多的次数所产生的位于每一分级范围内的应力脉次数，所说的设计应力频值谱就可用这法表达了。表 3—2 表示英国 BS 5400 所提供的这种频值谱的一部分。应力脉分级以 $k_w f_v$ 表示，它将 $(k_w - 0.05) f_v$ 到 $(k_w + 0.05) f_v$ 的值都包含在一个分级之中；而在随后的计算中，就用 $k_w f_v$ 代表它们。例如， $0.65 f_v$ 分级是将从 $0.6 f_v$ 到 $0.7 f_v$ 的应力脉都包含在内；而在为跨度 30 米进行验算时， $0.65 f_v$ 的加力

欧洲重载正规线路铁路桥所用的
设计应力频值谱 $k_w f_v - n_v$ 关系表

表 3—2

n_v 跨 度	k_w	0.75	0.65	0.55	0.45	0.35	0.25	0.15	0.05
4 m		0	13	12	46	0	1.5	71	28
7 m		0	3.5	11	9	6	19	34	62
10 m		0	3	10	3	8	0	22	40
30 m		0	2	1	4	0	0	4	79
≥ 50 m		0	3	0	0	4	0	0	60

注：表列 n_v 是以 10^6 次为单位

次数是按 2×10^6 计， $0.55 f_v$ 的次数是按 10^6 计，……。

(二) 计算损伤度的疲劳验算式

按照线性积伤规则，损伤度 D 可用下式计算

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} \quad (3-1)$$

式中 n_i ——应力脉为常数 f_i 者的作用次数（若是使用设计应力频值谱， n_i 就是表 3—2 那类表所列的同 $f_i = k_w f_v$ 对应的各 n_v ；若是使用活载频值谱，此数应自行计算）；

N_i ——按应力脉为常数 f_i 所推得的致伤次数。

钢构造通过疲劳验算的条件则是

$$D \leq 1$$

$$(3-2)$$

采用这法时，如何保证安全？主要在从 f_i 推算 N_i 时，将置信度 95% 考虑进去。这就是说，在参照式 2—5 推导过程来推导式 2—12 时，要在其对数形式的式的右侧减去 $\log N$ 的两个标准差 s ，使其用幂函数表达式的常数 C 要添列一个乘数 Δ^2 ；即

$$\log N = \log C - \log f^m - 2s \quad (A)$$

$$Nf^m = C\Delta^2 = C_0 \quad (3-3)$$

式中 Δ —— s 的反对数。

英国 BS 5400 第 10 篇在附录列有各级构造的 C 、 m 、 Δ 等值，在正文列有 C_0 、 m 等值。由此可以推知其 s 值 ($\log N$ 的标准差) 是在 0.179 至 0.251 之间，而美国 NCHRP 两份报告中的 s 是在 0.0628 至 0.1581 之间。由此可以说明英国规范所制订的数据为什么偏低，希望使用者心中有数。现将英国所用的 C_0 、 m 和 $[f_{R0}]$ 各值列于表 3—3。其 $[f_{R0}]$ 是指 $N = 10^7$ 时的 f 值 (照式 3—3)。 $[f_{R2}]$ 则是 $N = 2 \times 10^6$ 时的 f 值，是作者所增列。从式 3—3 可知

$$[f_{R2}] = (5)^{\frac{1}{m}} [f_{R0}]$$

对于式 3—3 的适用范围，历来有议论。从承认任何材料都会有持久极限这种观点讲，在双对数坐标图上， $f-N$ 线在右端将呈水平，其 m 值趋向无穷大。一些研究者正是这样建议的。英国 BS 5400 的修订者则持下述观点，按常幅疲劳试验，诚然可以证实：似乎确有那么一个持久极限；但在实桥之中，应力脉大小相杂，实桥在使用初期所受到的某

英国 BS 5400 在規定 f 限值时

所用的 $f-N$ 关系

表 3—3

构造等级	m	C_0	$[f_{R0}]$	$[f_{R2}]$
B	4.0	1.01×10^{15}	100	150
C	3.5	4.23×10^{13}	78	124
D	3.0	1.52×10^{12}	53	91
E	3.0	1.04×10^{12}	47	80
F	3.0	0.63×10^{12}	40	68
F2	3.0	0.43×10^{12}	35	60
G	3.0	0.25×10^{12}	29	50

注: C_0 在英国规范内是用 K_2 表示;

$[f_{R0}]$ 在英国规范内是用 σ_0 表示。

些较大的应力脉是很有可能将其构造中原存的缺陷(缺口)有所扩大的;在其缺陷有所扩大的前提下,其按常幅试验所决定的“持久极限”势必难于保证实桥终不开裂。所以,对于低于“持久极限”的应力脉,还是以承认它仍有致伤效应为宜。在从断裂力学那里也找到一些根据以后,他们决定:取 $N = 10^7$ 及由它决定的 $[f_{R0}]$ 为转折点;对于大于 $[f_{R0}]$ 的应力脉, N 按式 3—3 及表 3—3 推算;对于小于 $[f_{R0}]$ 的应力脉,将表 3—3 所列 m 值一律加 2,再用此值作为 m ,代入式 3—3 进行推算。这样,双对数坐标图上的 $f-N$ 关系将如图 3—8 所示意。

线性积伤规则的优点,在于计算简便。它的是否精确,多年来一直被议论。有人按某些假想的大小变化规律来进行变幅疲劳试验,将其数据代入式 3—1,由此而论证式 3—2

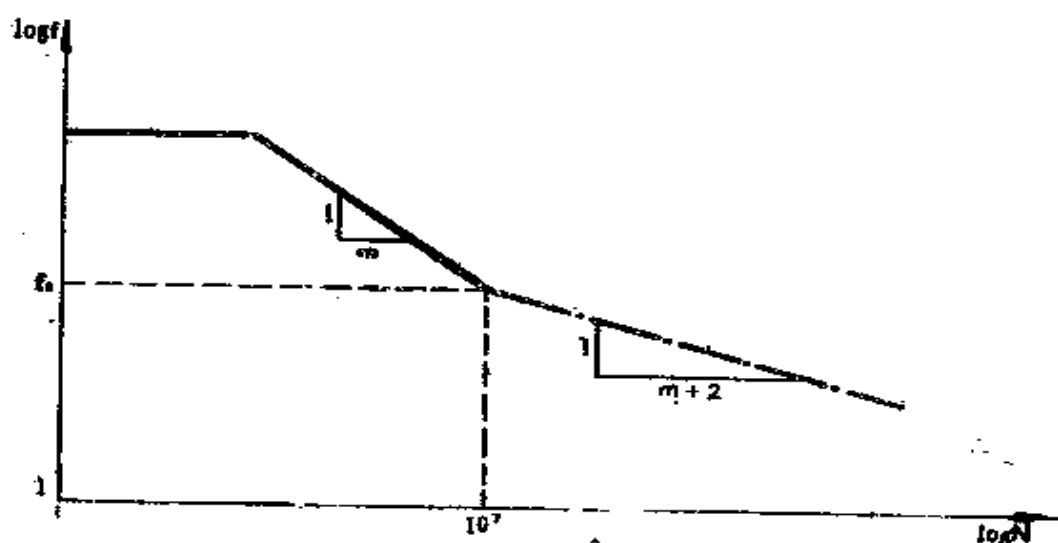


图 3—8 英国 BS 5400 所采用的 $f-N$ 关系示意

不可靠。但是，就大多数桥梁讲，其所受的应力脉一般是大小相杂，而不是照那些试验者的假想规律去变化的。不信任他们，不是毫无理由。目前，得到较多信任的一种意见是：就实用讲，若 N 按均值计，在用疲劳开裂为准则的条件下，式 3—1 所决定的 D 大致是一个以 1.0 为均值的随机变量，而这个随机变量的变异系数还是可以合理估值的。

在历史上，英国对疲劳验算使用线性积伤规则是从 1962 年修订版的 BS 153（钢桥设计规范）开始。那个版本的规范给铁路桥的主梁、纵梁、横梁等制订出活载频值谱，并已是用 k_w-n_v 这种形式表示，其 k_w 是指铁路标准活载（原是为强度验算所制订的）所应乘的一个系数（其值均小于 1.0）借能使用（ $k_w \times$ 标准活载）代表某一级别的日常活载，而其相应的次数则为所给的 n_v 值。在 1969 年，BE 16 又给出公路活载频值谱。那也是在使用公路标准活载（原是为强度验算所制订的）的前提下，给出 k_w-n_v 表。到七十年代，

对于桥梁不同构件（主梁、纵梁、横梁、桥面板等）由于其影响线长度及形状不同而从同样活载所受到的应力历程例不同，以及应力历程例不同对疲劳损伤度计算的重大影响，逐步加深了认识。这才感到：不应该在保持标准活载模式不动的情况下，只是用若干个 k_w 来表达在造成疲劳损伤方面很有影响的那一些具体的常遇活载。用图 3—7 的典型列车来表达具体的常遇活载，可认为是七十年代后期所作的改进。还需指出：在六十年代，计算手段还没有象现在这样发展，即使提出了图 3—7 所示典型列车，也很有可能由于所需的计算过于繁杂而被搁置不用。

（三）用应力脉表达的疲劳验算式

1. 原 理

在具有设计应力频值谱和式 3—3 所示 $f-N$ 关系的前提下，如上所述，只要再有一个计算疲劳损伤的规则，疲劳验算工作就能够进行了。如果疲劳损伤是用线性规则计算，则按照等损伤度原则，变幅的应力谱很容易转换成常幅的应力谱，常幅的应力谱又可以互相转换。在最后一转换中，我们既可指定一应力脉（例如，标准活载所致的 f_v ），以求其常幅次数，借能按这次数（用式 3—3）为指定的应力脉制订其限值；也可指定一受力次数（例如，取 2×10^6 次），以求其常幅应力脉（且可用一欠载系数乘 f_v 来表示），并按指定次数（用式 3—3）为求出的常幅应力脉制订其限值。今阐述如下。

从式 3—3，求 N ：代入式 3—1；同时还引入下列代号（注意 f_v 是由标准活载所致，它已在表 3—2 使用过）：

$$n = \sum n_i, \quad k_a = n_i/n, \quad k_w = f_i/f_v,$$

可得

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} = \frac{n f_v^m}{C_0} \sum k_a k_w^m = \frac{n f_a^m}{C_0} \quad (3-4)$$

$$= \frac{n_{v1} f_v^m}{C_0} = \frac{n_{v2} (k_w f_v)^m}{C_0} \quad (3-5)$$

式中 $f_a = (\sum k_a k_w^m)^{\frac{1}{m}} f_v$ ——将变幅转换为常幅时，保持总加力次数不变，其对应的常幅应力脉；

$n_{v1} = (k_a k_w^m) n$ ——转换为常幅时，指定 f_v ，其对应的次数；

$$\begin{aligned} \bar{k}_w &= \left(\frac{n}{n_{v2}} \sum k_a k_w^m \right)^{\frac{1}{m}} \\ &= \left(\frac{n_{v1}}{n_{v2}} \right)^{\frac{1}{m}} \quad \text{——转换为常幅时，指定 } n_{v2}, \\ &\quad \text{将其对应的应力脉以 } \bar{k}_w f_v \\ &\quad \text{表示这 } \bar{k}_w \text{ 是叫欠载系数。} \end{aligned}$$

结合式 3—2 所示验算条件，可知：若采用式 3—5 前一式，可用式 3—3 按 $N = n_{v1}$ 推算限值 f ，则 f_v 不大于该 f 就是验算条件；若采用式 3—5 后一式，可用式 3—3 按 $N = n_{v2}$ 推算限值 f ，则 $k_w f_v$ 不大于该 f 就是验算条件。

由于有一些研究者喜欢将频值谱用某些数学模型来表示，现用图 3—9 同他们的做法作一些联系。图 3—9(a) 表示式 3—4 内的总和式在图上的含义；这儿的纵坐标是 k_a ，它

是相对值,而在前面所介绍的表 3—2 内,所给的是 $n_i = n_v$ 那个绝对值;横坐标现在也用相对值 k_w ,而表 3—2 内所列的 0.75 到 0.05 也都是 k_w (其所对应的各绝对值则是 $k_w f_v$)。如果有理由将 k_w 的分级搞得很细,那就可以将图 3—9(a) 的直方图改用图 3—9 (b) 的连续曲线表示。这

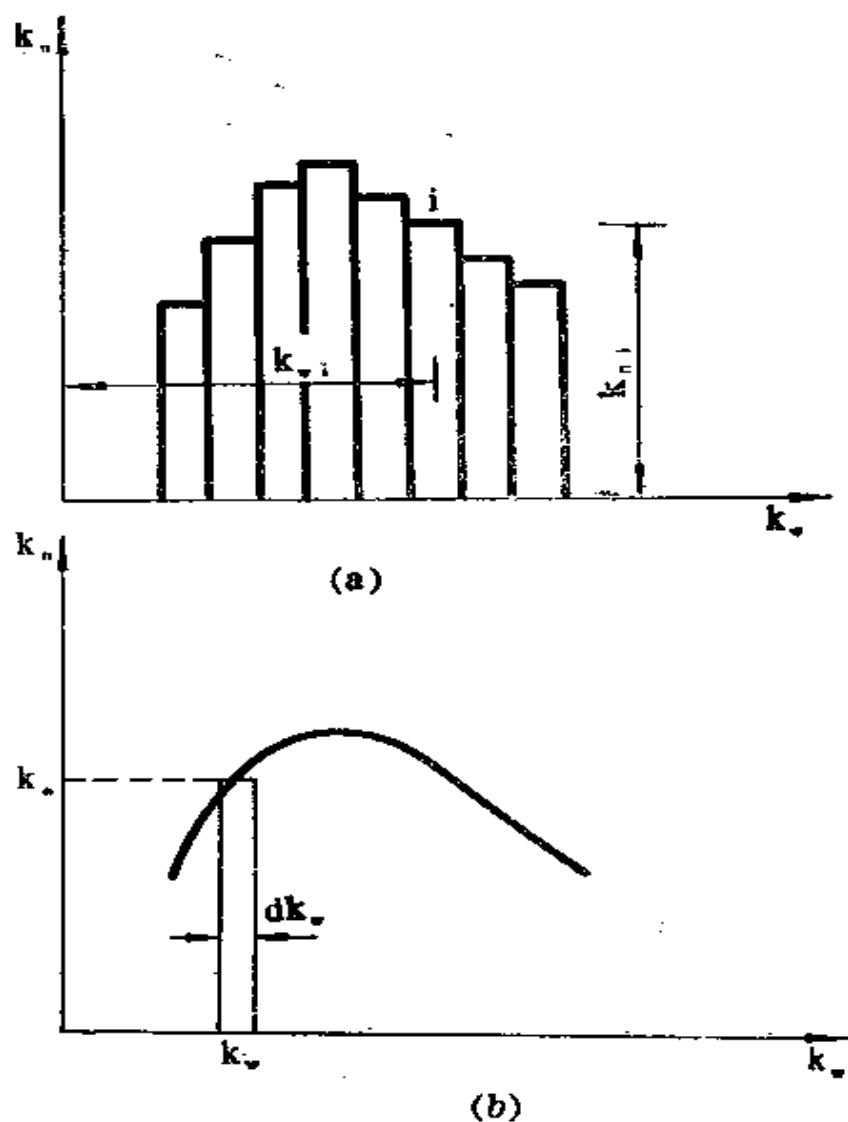


图 3—9 应力频值谱(k_w-k_n 关系)示意图

时, $\Sigma k_i k_w^m$ 转变为 $\int k_i k_w^m (dk_w)$ 。它代表图形对于纵坐标轴的 m 次矩。因为 k_i 是 n_i 对 Σn_i 的相对值, 这图形之下的面积是 1.0。若取 $m=1$, 求它对纵坐标轴的一次矩, 则该一次矩就是其形心离纵坐标轴的距离, 也就是 k_w 的均值。若取 $m=2$ 求它对纵坐标轴的二次矩, 那它就是图形对于纵坐标轴的惯性矩, 而其平方根 (叫均方根) 则是和回转半径相当 (因为面积是 1.0)。若取 $m=3$, 那就因为表 3—3 内有好几种构造的 $f-N$ 关系式内的 m 是 3 (且美国规范也这样取值), 它就在疲劳验算之中被用上了。

2. 美国铁路桥的疲劳验算

对设计应力频值谱回顾一下, 可知它能够分为三部分来表达: ①总次数 $n = \Sigma n_i$, ②某一取作标准的 f_v 值 (只需其是一常值就行), 借使 $k_w f_v = f_i$, ③ $k_w - k_i$ 的关系 (可列表, 也可用图 3—9 中的图形表示)。美国工程师很早就认为: 当一列车过桥时, 其内力影响线长度不大的杆件当受力多次, 而影响线长度大的杆件, 受力次数较少; 由于结构共同作用等原因的存在, 桥梁构件的实际应力只等于计算应力的 α (这个 α 是小于 1.0 的“结构系数”), 而 α 值是随部件在结构中的位置不同而异, 其影响是很大的, 铁路桥的 $k_w - k_i$ 关系似乎可以通统按一个数学模型来计算。

在对钢板梁桥进行测读之后, 1965 年, 美国人对南太平洋铁路两座桁架梁桥的若干杆件 (挂杆、纵梁、横梁等) 进行测试[68—1]。所测试的桁架的跨度分别是 91.44 米和 121.92 米, 纵梁跨度是 9.14 和 10.16 米。这铁路所用的牵引力, 全是内燃机车。车箱长短不一, 货车轻重不一 (部分

是放空的)，车速也不一。按实测资料进行统计分析，应力脉达到最大分级者很少，众值是在 0.5 左右(甚至更低)。当时并没有讲其 k_w-k_a 符合哪一个数学模型。但按美国铁路桥规范 1977 年修订版内的说明，上述资料就是它的 k_w-k_a 模型的由来。所采用的模型是 Rayleigh 式，见图 3—10，

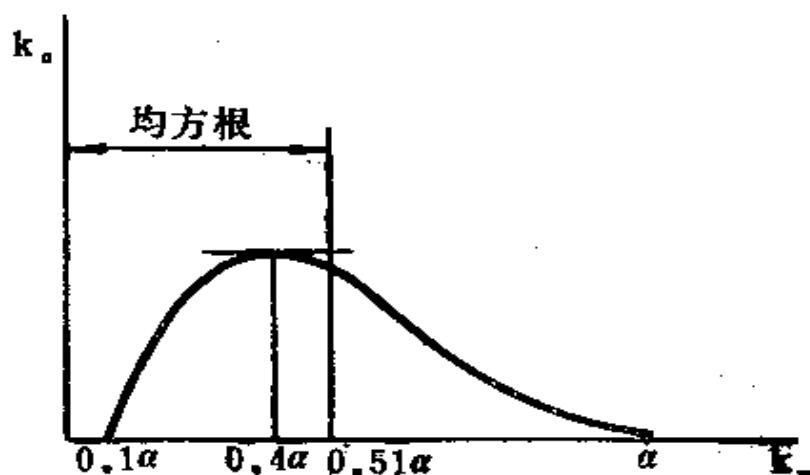


图 3—10 美国铁路桥疲劳验算所采用的应力频值谱(k_w-k_a)关系(Rayleigh模式)

k_w 最大值为 a ，最小值为 $0.1a$ ，众值则是 $0.4a$ 。认为由这一图形所决定的“均方根”能够以常值而等效地代表这个 k_w-k_a 图的效应。按照这一图形，其均方根的值是 $0.51a$ 。它是一个应力比。就这样，便完成了从变幅到常幅的转换，即：铁路桥所经历的各成套应力频值谱，若其最大应力脉是 af_v ，则在总次数 n 不变条件下，可用常幅的 $0.51af_v$ 来代替。由于人们对 n 和 $0.51af_v$ 都缺乏“直感”，有必要按等损伤度的原则，将这个常幅转换为另一常幅，而在那另一常幅中，将让应力脉为（其由标准活载所生的） f_v 。转换的

规则，可从式 3—4 和 3—5 推得。让 D 保持不变，因 C_0 是常值，则转换的规则就是保持 $n f^m$ 的值不变。由此得：

$$\frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^m \quad (A)$$

式中 按应力脉 f_1 加 n_1 次是一个常幅，而按应力脉 f_2 加 n_2 则是另一常幅。

所以，次数比是同应力比的 m 次方成反比（其推理是：应力比是同次数比的 m 次的方根成反比，这在后文将要用到）。

今若以 n_{v1} 表示按 f_v 加力的次数，则因其应力比是 $0.51\alpha f_v / f_v = 0.51\alpha$ ，所以， $n_{v1} = (0.51\alpha)^m n$ 。表 3—4 表示美国铁路桥规范为桥的不同构件制订 n_{v1} 的经过。

表 3—4 所列的构件类型，其含义是这样的：

类型 I 纵向梁（及其连接），和包括端斜杆在内的桁架梁各弦杆（及其连接）；其影响线长度将同其跨长相联系，其 α 值将因跨长增加而减少；

类型 II 将挂杆不计在内的桁架梁各腹杆；其加载次数不多，而 α 值较大；

类型 III 桁架梁的挂杆（及其连接），横梁（及其连接），跨长较小是其特点。

表 3—4 第 4 列的总次数 n 是下列各数的连乘积：
80 年，每年 365 天，每天 60 趟车，每趟车在构件内所引起的受力次数（即第 3 列各值）。对于 $L \leq 9.2$ 米者，将受力次数取为 60 次，是假定每一趟车有车厢 60 节，平均每节车厢产生一应力循环的缘故。

表 3—4 在第 7 栏中，将 m 取为 3。其第 8 栏各值是在

美国铁路桥疲劳验算用的加力次数 n_{vi} 的由来 表 3-4

构件类型	跨长 (米)	一列车引起 的受力次数	$n, \times 10^6$	α	0.51α	$(0.15\alpha)^3$	$n_{vi},$ $\times 10^6$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
I 和 III	$L > 30.5$	2	3.5	0.70	0.357	0.045	0.15
	$23 < L \leq 30.5$	2	3.5	0.80	0.408	0.068	0.20
	$15 < L \leq 23$	3	5.3	0.85	0.433	0.081	0.50
	$9.2 < L \leq 15$	12	21.0	0.85	0.433	0.081	2.0
	$L \leq 9.2$	60	105.0	0.90	0.459	0.097	< 2.0
II	腹杆, 双线	1	1.8	0.95	0.484	0.113	0.20
	腹杆, 单线	2	3.5	0.95	0.484	0.113	0.50

将第 4 栏和第 7 栏各值的乘积算出后，再向规范所决定采用的各 n_{v1} 分界值靠拢的。

如对式 3—5 所作的说明所示，其验算式是

$$f_v \leq [f_{R1}] \quad (3-6)$$

式中 f_v ——按美国铁路钢桥规范所规定的标准活载、按传统的影响线加载法、为各验算点的某种应力所求出的应力脉；

$[f_{R1}]$ ——按表 3—4 第 8 栏所列的各 n_{v1} ，照式 3—3，为不同级别构造所算出的应力脉限值；今照美国规范摘录于表 3—5。

美国铁路钢桥的应力脉限值 $[f_{R1}]$

(单位为 MPa)

表 3—5

构造等级	n_{v1}				
	0.15×10^6	0.2×10^6	0.5×10^6	2×10^6	$> 2 \times 10^6$
A	365	331	248	165	165
B	276	248	190	124	110
C	193	179	131	90	69
D	165	152	110	69*	48
E	131	117	86	55	34

* 若是横肋焊连腹板，增至 83 MPa。

需要指出：美国铁路桥标准活载是用古柏氏 80 级，其轴重达 357 kN (80,000 英磅)，匀布荷载达 117 kN/m，但它现今实际行驶的列车一般并不比别的国家为重（少数运矿物的线路应予除外）。其采用 0.51 α 这样的值进行折减，是同

其标准活载被制订得太重有关。至于采用均方根值，而不是比照式 3—5、取 $m=3$ 进行计算，美国人也知道其不够严密，但他们却说：即便从 $m=2$ 改为用 $m=3$ 计算，结果也差不了多少，所以就不改了〔77—1〕。

3. 英国 BS 5400 第 10 篇的验算式

它的验算式也是用式 3—6，但将 f_v 定义为按 UIC 标准活载所求出的应力脉（参看图 3—6 上半部），且给 $[f_{R1}]$ 规定下列算式：

$$[f_{R1}] = k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 [f_{R0}] \quad (3-7)$$

式中 k_1 ——考虑寿命不是 120 年时的系数；

k_2 ——考虑在一加载例中包含几个 f_v 时的系数（参看图 3—6 下面一图）；

k_3 ——随影响线长度而异的系数；

k_4 ——考虑线路每年总吨位不是 27×10^6 吨时的系数；

k_5 ——考虑双线桥所引用的系数；

$[f_{R0}]$ —— $N=10^7$ 时的应力脉限值，如表 3—3 所示。

在式 3—7 中， $k_3[f_{R0}]$ 是最重要的成分。今用表 3—2 所给的设计应力频值谱来说明跨度对 k_3 的影响。由于同式 3—7 对比的式 3—6 的左侧是 f_v ，表 3—2 内的 k_w 是各个分级的 f_i 值对该 f_v 之比，现在可用应力比 k_w 的 m 次方乘各 n_v ，以便将各分级的 f_i 的 n_v 次折合成 f_v 的次数，这样，对于跨度 30 米讲， f_v 的次数是

$$\begin{aligned} & [2 \times (0.65)^3 + 1 \times (0.55)^3 + 4 \times (0.45)^3 \\ & \quad + 4 \times (0.15)^5 + 79 \times (0.05)^5] \times 10^6 \\ & = 1.080 \times 10^6 \end{aligned}$$

对于跨度不小于 50 米讲, f_v 的次数是

$$[3 \times (0.65)^3 + 4 \times (0.35)^3 + 60 \times (0.05)^3] \times 10^6 \\ = 0.995 \times 10^6$$

这两个次数同表 3—4 第 8 栏的 n_{v1} 对应。在那儿, 当 $L > 30.5$ 米时, $n_{v1} = 0.15 \times 10^6$ 。两者之所以相差悬殊, 一是由于 UIC 标准活载 (见图 3—6 右上角) 较古柏氏 80 级为轻, 一是由于图 3—7 所示型号 7、8、9 各列车要比美国南太平洋铁路所测到的列车平均载重要高一些。现在再回到 k_s 的值。 k_s 当用来乘 $[f_{R0}]$, 而 $[f_{R0}]$ 的次数是 10^7 , 现在应该用次数比的 m 次方根来求算这值 (因 k_s 是应力比), 于是

$$k_s = (10 \div 1.080)^{\frac{1}{3}} = 2.100$$

$$k_s = (10 \div 0.995)^{\frac{1}{3}} = 2.158$$

在规范所给的表内, 这两跨度的 k_s 都作 2.19。这同我们将 $[f_{R0}]$ 同 $k_w f_v$ 选在哪儿相等有关 (读者可查看图 3—8)。如果认为 $0.45 f_v$ 小于 $[f_{R0}]$, 则在上述计算中, $(0.45)^3$ 和 $(0.35)^3$ 应分别改为 $(0.45)^5$ 和 $(0.35)^5$; 其影响所及, 将使 k_s 大为提高。为使读者对英国 BS5400 内的 k_s 有些印象, 现摘列其重载正规线路的桥所用的四个值如下:

若 $L = 7$ 至 10 米, $k_s = 1.53$;

若 $L = 10$ 至 14 米, $k_s = 1.71$;

若 $L = 14$ 至 28 米 $k_s = 1.92$;

若 $L > 28$ 米, $k_s = 2.19$ 。

现在对 k_2 值进行解释。规范为 k_2 所给的式子是

$$k_2 = \left[1 + \left(\frac{f_{v2}}{f_{v1}} \right)^m + \left(\frac{f_{v3}}{f_{v1}} \right)^m + \dots \right]^{-\frac{1}{m}} \quad (3-8)$$

式中 $f_{v1}, f_{v2}, f_{v3}, \dots$ ——见图 3—6 下面的图，表示一
 匀布荷载过桥所产生的几个应
 力脉，其下标是按应力脉大小
 顺序决定者。

式 3—8 的方括号内的式子，是将应力比转换成次数比，
 该式可将几个（大小不同的） f_v 折合为 f_{v1} 的共计次数，
 这样所算出的次数，将大于 1.0；将这个次数开 m 次方，那
 就变成了应力比；在指数 $1/m$ 前将负号列入，可使应力比
 以倒数出现，使 $[f_{v1}]$ 由于有 f_{v2}, f_{v3}, \dots 而降低。

再对 k_1 和 k_4 进行一些说明。这两者都涉及到受力次数
 的变化。若寿命从 120 年改为 p 年，年总吨位从 27×10^6 吨
 改为 $q \times 10^6$ 吨，次数比将由寿命或总吨位的比值决定，所
 以，表达应力比的 k_1 和 k_4 当分别用下两式去算：

$$k_1 = \left(\frac{120}{p} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (3-9)$$

$$k_4 = \left(\frac{27}{q} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (3-10)$$

对于考虑双线加载的 k_5 ，现作一般说明如下。式 3—6
 左侧的 f_v ，应是由按双线加载求出的应力脉。现在，分别按
 一线加载计算一主梁的应力脉。用一线加载对两线加载的应
 力比，求其 m 次乘方，取其和，这便转换为 f_v 的次数。考
 虑到列车有可能在桥上交会，用一系数（一般不大于 1.2）
 乘这个次数。这样求出的次数值，一般是小于 1.0 的。将它
 开 m 次方，其倒数就是 k_5 的值。

4. 采用欠载系数 $\overline{k_w}$ 的表达式

以式 3—5 前一式为依据，得式 3—6。以式 3—5 后一式

为依据, 可得

$$\overline{k}_w f_v \leq [f_{R2}] \quad (3-11)$$

式中的 \overline{k}_w 可以由规范修订者按式 3-5 的注预先算出, f_v 表示按标准活载所求出的应力脉, $[f_{R2}]$ 表示按指定的 n_{v2} (例如, 按 2×10^6 次计) 用式 3-3 所求出的应力脉限值。

(四) 公路桥疲劳验算

同铁路桥相比, 公路桥有下列这些特点: ①车数的变化幅度更大; ②车型更加复杂: 轻车只有两轴, 重量 1 至 2 吨, 重车则可有十多轴, 重量 300 吨以上; ③车辆之间的距离并不是常数, 在强度验算时所假定的车辆拥塞情况对于疲劳验算是不适用的; 车辆行驶迹线不可能是同各条分车道的中心线吻合, 势必要使桥梁结构承受偏心加载的效应; ④桥面宽窄悬殊, 各分车道同桥梁结构各构件的相对关系要比铁路桥以轨道承受活载的情况复杂得多。

为使上述问题解决得比较合理, 必须掌握疲劳问题特点, 并进行调查研究。

就桥上的车数讲, 它首先是决定于线路。线路有不同的等级, 各等级有不同的预期交通量, 并订有不同的设计标准。如果线路是上下行分驶, 在每个方向都有三条分车道, 沿线都用立交桥, 那它每条分车道的过车量就可达到很高的水平; 若离桥头不远就是平交道, 其过车量也就要大受限制了; 所以, 为决定桥上过车量, 必须先将地区的交通和经济规划搞清楚。其次, 车的轻重悬殊, 今参照式 3-4, 可知疲劳损伤度是同荷载 (它使 f_i 按比例变化) 的 m 次方成正比; 若一轻车的重量是常遇重车重量的 0.1, 则一轻车所造

成的损伤度只是后者的 0.001 (按表 3—3 内较常用的 $m=3$ 计算)。所以。在为疲劳验算所制订的活载频值谱中, 公路上所有的小车都不必列入。对于上下分行、每方向各三条分车道的桥讲, 其每一方向的最右一分车道是主要慢车道, 重车一般是集中在它这一条; 在同它相邻的分车道上, 重车也可行驶; 而第三条分车道一般就不准重车进入, 只允许快车 (都是轻车) 通过。就是在慢车道同其相邻的车道上, 也不是所有慢车都是重车。例如: 在英国 BS 5400 第 10 篇内, 其在疲劳验算中所考虑的过桥车数, 当桥位于汽车专用线 (相当于另一些国家的高速公路) 上时, 按总车数的 25% 计; 当桥位于混合行驶交通线上时, 按总车数的 20% 计。

就活载频值谱的式样讲, 英国 BS 5400 第 10 篇现给三种: ①典型车式样; ②标准疲劳车及 k_w-k_n 表式样; ③轴重式样。

图 3—11 是典型车式样。这频值谱是以英国 1972 年至 1974 年的调查研究为依据, 所反映的是英国公路干线在今后若干年内的预期情况。对于拖车所占比率的提高, 对于管理机构所颁布的各种限制 (对于车辆毛重、轴重及车长等的限制), 在提出这频值谱时业已考虑。不可能在谱中对于所有的车型都给予反映, 但已经从疲劳致伤等效的角度, 让相近的车型合并, 将轴重和轴距凑成较为整齐数值。关于车型编号, 其列在每一编号最前面的数字代表车轴总数; 各字母的含意则是: GT 表示梁式拖车, TT 表示平板拖车, A 表示活节拖车, R 表示硬底盘; 列在横杠之后的 H、M、L 分别表示重载、中等载重、轻载。在轴距一栏内, 还用虚线

表示牵引车和拖车之间的联系（例如，18 GT 是包含两台牵引车的）。

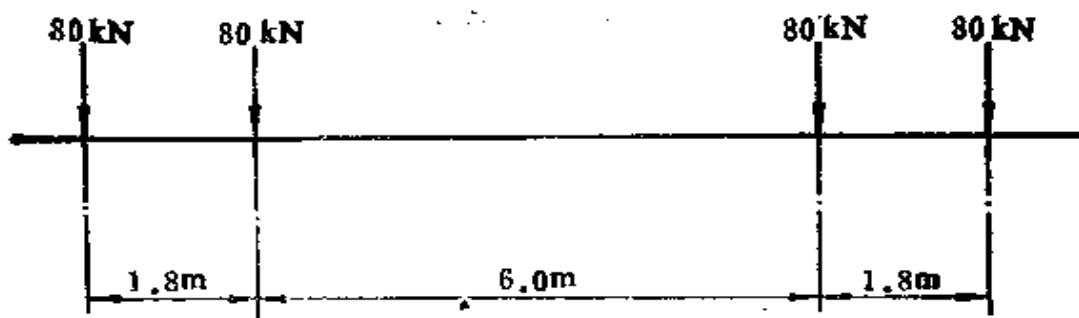
由于采用典型车式样的活载频值谱在使用时很不方便，需要简化。想到历史上曾采用（ $k_w \times$ 标准活载）表示不同等级的活载，那时所取的标准活载就是将强度验算所使用的拿来照套，以致效果不好。现在的出路，是否可以从疲劳致伤的角度，从典型车之中来提炼出一个“标准车”来？

经选用跨度为 1.5 米和 25 米的简支梁为典型桥，用图 3—11 所示 25 种典型车逐个进行其（跨中弯矩的）应力历程例和应力频值例计算，随即将车数计入，从而计算其疲劳损伤度（取 m 为不同值）。当即发现：其由 4A—H、M、L 所造成的损伤度，竟达全部 25 种车所造成的损伤度（以 $m=3$ 计算者）的 57%（跨度 1.5 米）和 67%（跨度 25 米）。于是，便决定以 4A—H 为蓝本，从而制订一假想的“标准疲劳车”（简称为标疲劳车）供此目的使用。

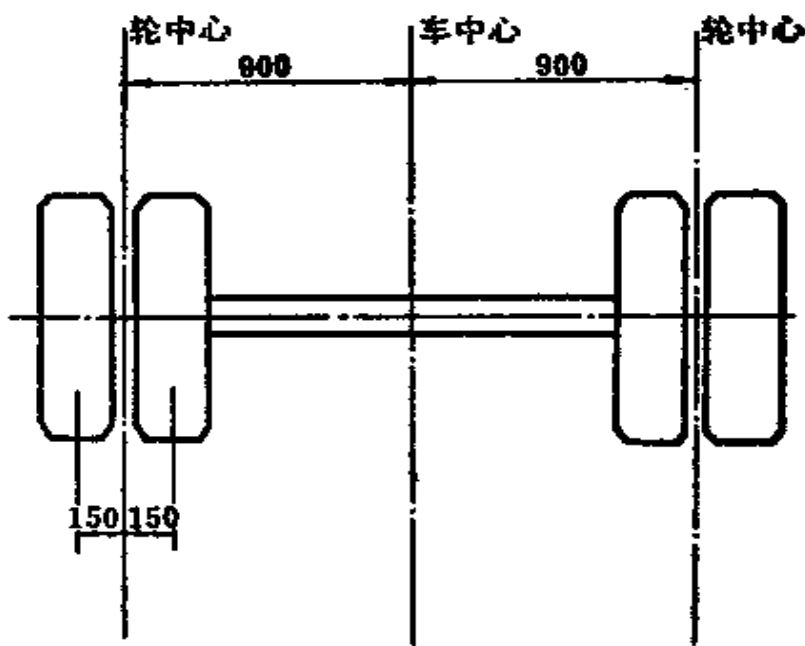
随后，由 BS5400 第 10 篇所正式采用的标疲劳车，如图 3—12 所示。

轴数是 4 个。轴重经订为 80 kN（这数值是和英国进行路面设计所取的 18000 英磅很相近）。毛重是 320 kN。轴距，是按公路桥标准 HB 车短轴距者取用。轮距，是参照常遇的用双轮胎的车轴取值的。

采用标疲劳车和 k_w-k_s 表来表达活载频值谱，其需回答的一个主要问题是：在将图 3—11 每一种车都改按标疲劳车的模式来表达时（不管它原来有多少轴，轴距和轮距各如何，现在都让它 4 轴，且轴距和轮距当同标疲劳车一样），其 k_w 值如何决定。一个简单的做法，是让 k_w 等于重量比，也就



(a) 标疲车轴重布置



(b) 标准轴车轮布置

图 3—12 英国公路桥疲劳验算用的标疲车

是让它等于 (图 3—11 所列) 各种车辆的毛重除以 320 kN (标疲车毛重) 所得的商。在看到 18 GT 车太长, 毛重太大, 用这一做法不够妥当后, 将这一做法作了一点修正, 即: 让各种车的毛重都按其在 25 米长度之内者进行计算。

由于其他的车都短于 25 米，它们的 k_w 也就不因这一点修正而受什么影响。为验证这一做法是否合用，经在跨度等于及小于 25 米范围内，取 11 种形状不同的影响线，在将图 3—11 的 25 种车和标疲车的毛重都改为同值的前提下，进行应力历程例、应力频值例和疲劳损伤度计算。结论是：若跨度等于 25 米，这样决定 k_w 的方法能用；若跨度小于 25 米，可用系数 K_F 乘这法所算得的结果（ K_F 值如图 3—13 所示）； K_F 则是根据这儿所讲的计算所归纳出来的均值，其精度业被认为符合实用需要。

于是，按照所说的 k_w 定义，从图 3—11 所列数据就可推算出表 3—6 所列的 k_w-k_n 关系。这样，标疲车和表 3—6 合起来，就是一个简化的活载频值谱。BS 5400 第 10 篇为公路桥所提供的许多数据，便是按这个简化谱去推算的。

对于影响线长度在 1.5 米左右的情况，每一个轴重就将使构件受到一个应力循环。而根据地衡所实测的资料，轴重的变异系数是比车重的变异系数为大。为此，BS5400 第 10 篇还另给一个以轴重形式表达的活载频值谱，专供影响线特短的构件（例如，桥面板）使用，如表 3—7 所示。其所列轴重实际上是图 3—11 所列各个轴重的 1.1 倍（为考虑变异系数不同而引用）。

仍回到标疲车的适用性问题。对于跨度在 25 至 50 米之间的，经用概率法推算不止一车位于同一分车道情况，证实其不需要什么校正。对于跨度大于 50 米的情况，认为要校正，而校正的方式仍可用系数 K_F （但其含义不同于跨度小于 25 米情况）乘这法按单车算得的结果。

对于多车道情况，业经规定：只需考虑两条分车道，第

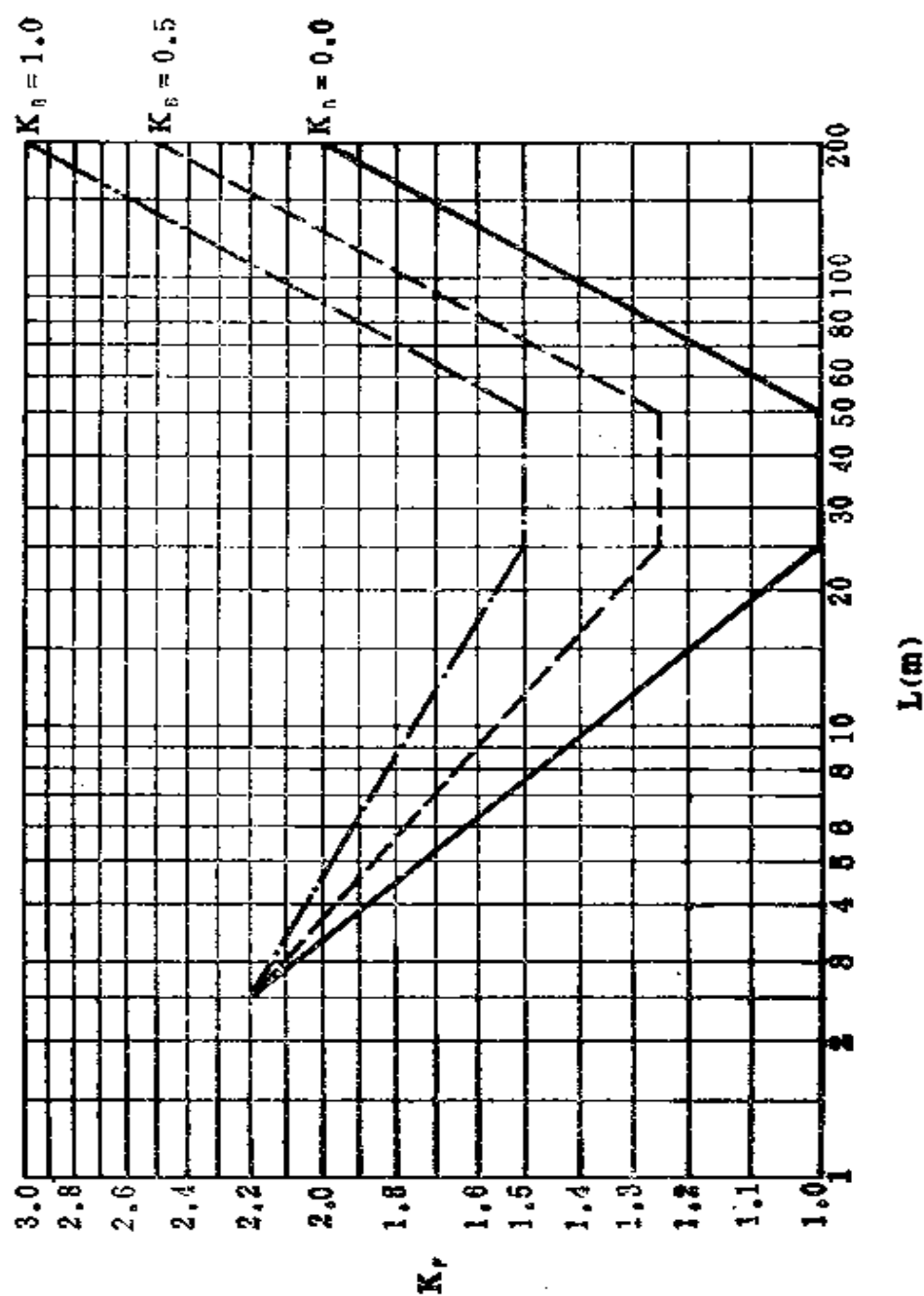


图 3—13 公路桥进行线形损伤计标时所用的校正系数 K_F

注：图中的 L 是指影响线同号区段长度；此图是按 $m=3$ (见表 3—3) 制成

英国公路桥以标疲车为基数
的活载频值谱, k_w-k_a 关系表 表 3—6

车 型	k_w	k_a	车 型	k_w	k_a
18GT—H	6.75	0.00001	4 R—H	0.88	0.015
18GT—M	2.38	0.00003	4 R—M	0.75	0.015
9TT—H	5.03	0.00002	4 R—L	0.38	0.015
9TT—M	2.34	0.00004	3 A—H	0.67	0.030
7GT—H	4.09	0.00003	3 A—M	0.44	0.030
7GT—M	2.13	0.00007	3 A—L	0.28	0.030
7A—H	2.47	0.00002	3 R—H	0.75	0.015
5A—H	1.97	0.000028	3 R—M	0.61	0.015
5A—M	1.13	0.01450	3 R—L	0.38	0.015
5A—L	0.78	0.015	2 R—H	0.42	0.170
4A—H	1.05	0.090	2 R—M	0.20	0.170
4A—M	0.81	0.090	2 R—L	0.09	0.180
4A—L	0.45	0.090			

三条及其余分车道不必考虑。对于两条分车道讲, 可以用标疲车分别进行其应力历程例、应力频值例的计算, 在多数情况, 构件的 f_v 最大值是由同一分车道的应力历程例内的 f_{max} 及 f_{min} 所形成, 那就可以就各分车道分别计算 f_{v1} 、 f_{v2} 、 f_{v3} 等, 随后再计算其 $K_B = f_{v1B}/f_{v1A}$ 值, 这儿的 f_{v1A} 表示标疲车在各车道所生的 f_v 最大值, f_{v1B} 表示由于标疲车在另一分车道所生的 f_v 最大值, 并用这 K_B 到图 3—13 用插补法去求校正后的 K_F 值, 而这一校正所考虑的就是两分车道

英国公路桥的轴重频值谱 表 3—7

轴重, kN	车数为 10 ⁶ 时的轴数	轴重, kN	车数为 10 ⁶ 时的轴数
264	240	77	59350
231	120	71	180000
176	160	66	59930
165	560	61	165000
154	100	55	290040
143	780	49	150000
121	80	44	120000
110	90040	39	320000
99	240280	33	380000
93	320000	22	60000
88	59320	17	360000
总 计		2856000	

同时有车的那些情况。如果构件内的 f_v 最大值是由这一分车道所致的 f_{m1} 和另一分车道所致的 f_{m2} 所形成, 则在计算中当考虑因标疲车交替行驶于两条分车道而产生这 f_v 的情况, 这情况可以使 f_v 加大, 但使其次数减少(因为两加载例在这情况当合为一个); 应该让两分车道共计行驶的车数保持不变, 但将它们分成三份, 一份用于交替行驶, 其余两份仍各按其所在的分车道分别计算, 而前面所讲的 K_B 影响就不要计算了(即在用图 3—13 时, 取 $K_B = 0.0$)。

关于上面所讲的各分车道按标疲车进行应力频值例的计算，BS5400 还有两条规定。一是偏心加载问题，现规定是：标疲车中心线可以在平行于分车道中心线、但对它的偏离不超过 150 毫米的范围内变动，以使构件受到更大的应力为原则，见图 3--14。二是冲击作用问题，其由于路面不平之类

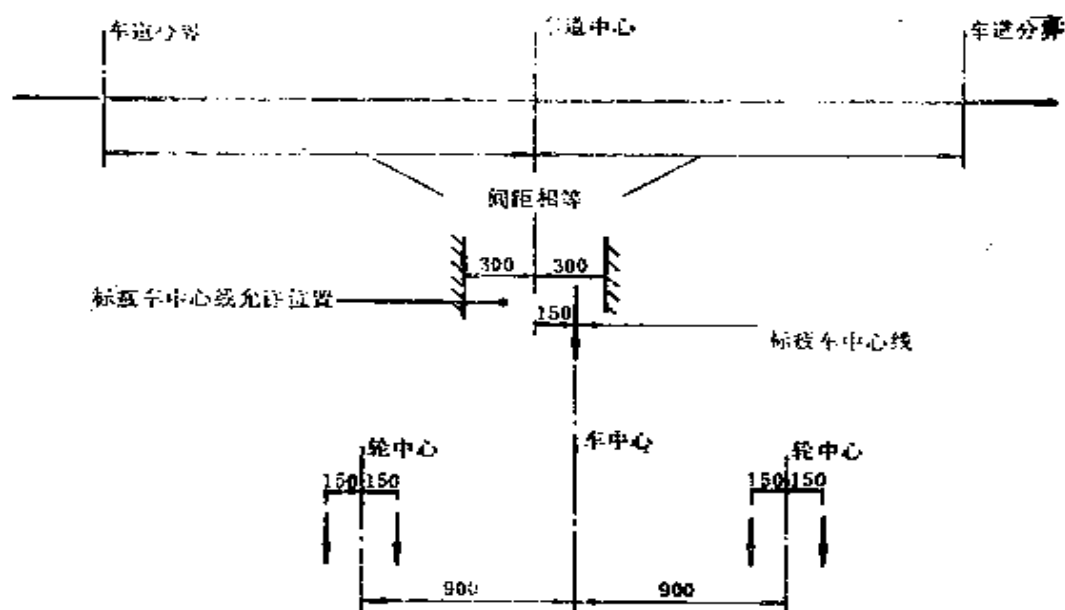


图 3—14 标疲车对分车道的偏心范围

注：对左侧偏心，未将标疲车绘出

所造成者，业已被包含在所取的轴重之中，而其由于桥面伸缩缝所造成者，则是在将有关构件的影响线画出后，将影响线在桥面断缝处的纵坐标值提高 25%，此一提高量当按线性规则退减，在离断缝 5 米之处降为零，如图 3—15 所示。在按上面所说方法推算各 f_v (含 f_{v1A} , ..., f_{v1B} , ...) 时，这两条规定都应遵照。

现在进而讨论：如果某构件由于标疲车在某分车道行驶

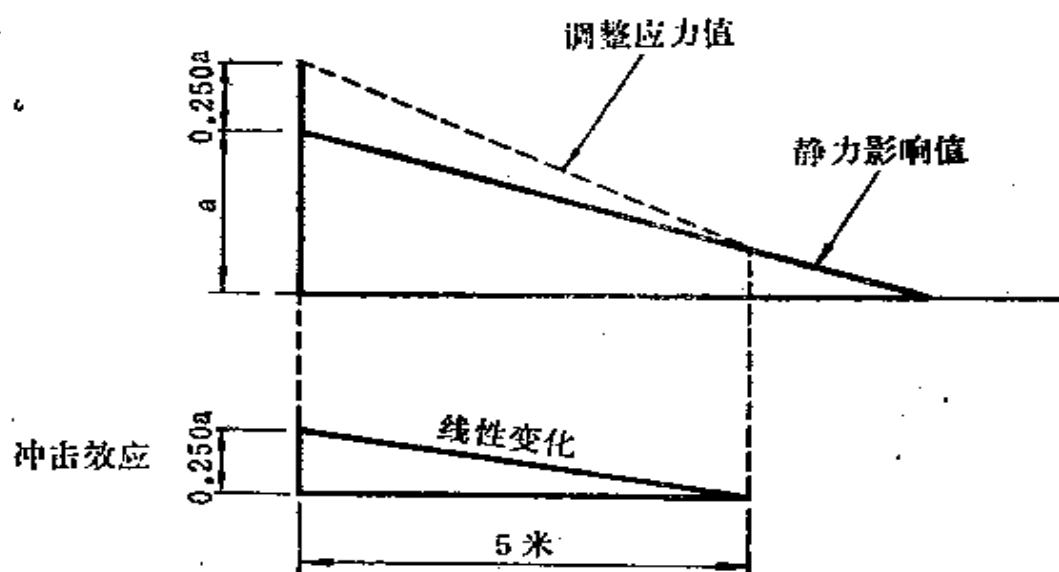


图 3—15 影响线纵坐标因考虑桥面断缝的冲击效应影响示意

一趟而受到 f_v 一次，则在总车数为 n 的情况下，其由规定的活载频值谱内所有各种车所致的、同这一 f_v 所对应的疲劳损伤度将如何计算？

在回答这问题前，应该将设计应力频值谱的内容说清楚。从表 3—6 找答案，可知：在标疲车所致应力脉为 f_v 的情况下，在总车数为 n 时，当有应力脉为 $6.75f_v$ 者作用 $0.00001n$ 次，为 $2.38f_v$ 者作用 $0.00003n$ 次，为 $5.03f_v$ 者 $0.00002n$ 次，…，如此等等。如果将构造的疲劳级别指定，使式 3—3 所示 $f-N$ 关系得以明确，再将 n 和 f_v 指定，那就可以用式 3—1 来计算其损伤度 D 了。

为此，BS 5400 第 10 篇按 $n = 120 \times 10^6$ 次（意指每年的过桥车数为 10^6 次，寿命为 120 年），为不同级别构造的不同 f_v 算出了损伤度 D ，并用 $d_{1,2}$ 称呼它。今在图 3—16 将它转

载。注意这图的适用条件是：活载频值谱如图3—12和表3—6所示，其 $f-N$ 关系如表3—3所示。

今举一例以说明 d_{120} 是怎样算出来的，构造是F级， f_v 是 32N/mm^2 ，试按 $n = 120 \times 10^6$ 计算 d_{120} 。经查表3—3图和3—8，知 $k_w f_v < [f_{R0}] = 40\text{N/mm}^2$ 时， $m = 3$ ；否则， $m = 5$ 。今从 $40 = k_w \times 32$ ，求得 $k_w = 1.25$ ，这就是说， $k_w > 1.25$ 时， $m = 3$ ； $k_w < 1.25$ 时， $m = 5$ 。今将式3—4中的 C_0 用 $Nf^m = 10^7 \times 32^m$ 代替（这是按式3—3），还将 $n = 120 \times 10^6$ ， $f_v = 32$ 代入，得：

$$\begin{aligned} d_{120} = 12 \left\{ \left(\frac{32}{40} \right)^3 [0.00001(6.75)^3 + 0.00003(2.38)^3 \right. \\ + 0.00002(5.03)^3 + 0.00004(2.34)^3 \\ + 0.00003(4.09)^3 + 0.00007(2.13)^3 \\ + 0.00002(2.47)^3 + 0.00028(1.97)^3] \\ + \left(\frac{32}{40} \right)^5 [0.0145(1.13)^5 + 0.015(0.78)^5 \\ + 0.09(1.05)^5 + 0.09(0.81)^5 \\ + 0.09(0.45)^5 + 0.015(0.88)^5 \\ + 0.015(0.75)^5 + 0.015(0.38)^5 \\ + 0.03(0.67)^5 + \dots] \left. \right\} = 0.867 \end{aligned}$$

若用 $f_v = 32$ 到图3—16查F线上的值，可得 $d_{120} = 0.9$ ，同这儿按式求得者一致。

由于损伤度同受力次数成正比，且损伤度可以相加，若每年的车数不是 10^6 而是 $n_c \times 10^6$ ，则其在120年所致的损伤度 D_{120} 当是

$$D_{120} = \Sigma n_c K_F d_{120} \quad (3-12)$$

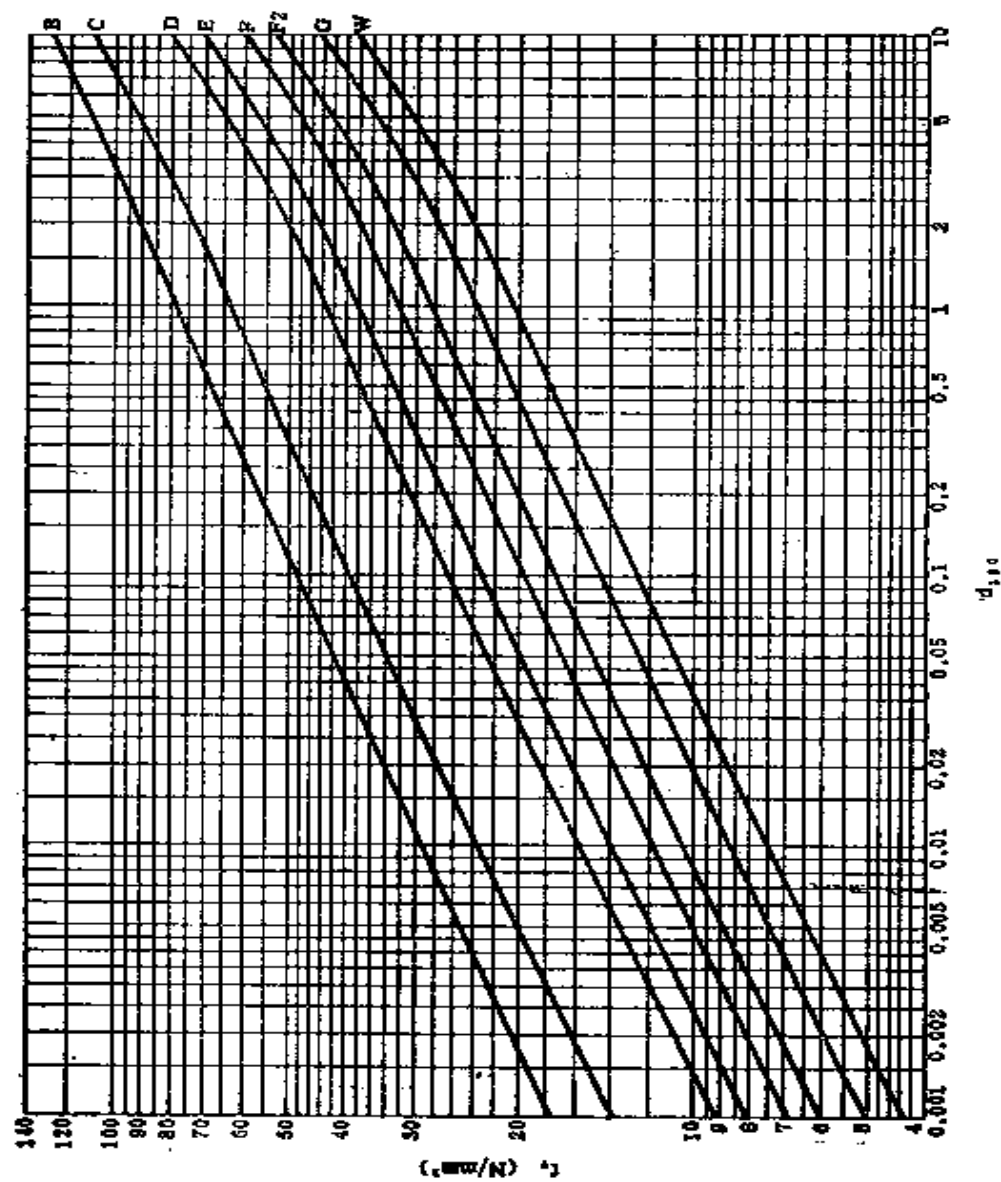


图 3—16 英国 BS 5400 第 10 篇用于计算公路桥损伤程度所用 $d_{1,20}$ 线的图线

式中的总和号 Σ 表示按各个 f_v 所查到的 d_{120} 都应考虑。

又由于寿命（构造所能保证的使用寿命或所能承受的次数）是同损伤度成反比，当式 3—12 右侧的值是 1.0 时，其有保证的寿命是 120 年；若式 3—12 右侧的值不是 1.0，则：

$$\text{有保证的寿命 (年)} = \frac{120}{\Sigma n_c K_F d_{120}} \quad (3-13)$$

这就是 BS5400 第 10 篇为公路桥疲劳问题所推荐的一个主要验算式。

参考文献目录

- 56—1 Дучинский, Выносливость Элементов Сварных Мостовых Конструкций при Переменных и Знакопеременных Напряжениях, Труды ЦНИИС 20, 1956
- 62—1 Технические Условия Проектирования Железнодорожных, Автодорожных и Городских Мостов и Труба, СН 200—62
- 62—2 Евграфов, Г. К., Лялин, Н. Б.: Расчеты Мостов по Предельным Состояниям, Москва, 1962
- 68—1 Draw, F. P.: Recorded Stress Histories in Railroad Bridges, Proc. ASCE, St 12, V 94, Dec. 1968
- 68—2 Fountain, R. S., Munse, W. H., Sunbury, R. D.: Specifications and Design Relations,

- Proc. ASCE, St 12, V 94, Dec. 1968
- 70—1 Fisher, J. W., Frank, K. H., Hirt, M. A. and McNamee, B. M.:
Effect of Weldments on the Fatigue strength of Steel Beams, NCHRP Rep. 102, Highway Research Board, 1970
- 72—1 Gurney, T. R., Maddox, S. J.: A Re-analy-sis of Fatigue Data for Welded Joints in Steel, IIW Document E/44/72
- 74—1 Fisher, J. W., struik, J. H. A.: Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints, John Wiley and sons, 1974
- 74—2 NCHRP Research Results Digest,
Classification of Welded Bridge Details for Fatigue Loading, Digest 59, March 1974
- 74—3 Fisher, J. W., Albrecht, P. A., Yen, B. T., Klingerman, D. J., and McNamee, B. M.: Fatigue Strength of Steel Beams With Transverse Stiffeners and Attachments NCHRP Rep. 147, Highway Reseach Board 1974
- 77—1 Fisher, J. W.: Bridge Fatigue Guide, Desing and Detail, AISC, 1977
- 80—1 Fryba, L.: Railway Bridges Subjected to traffic loads and their Design for Fatigue, Rail International, Oct. 1980

- 80—2 ASTM Standard E739—80: Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress—Life (S—N) and Strain—Life (ϵ —N) Fatigue Data
- 80—3 IIW—JMG—XIII—XV—44—80: Design Recommendation for Cyclic Loaded Welded Steel Structures, 1980
- 80—4 BSI, BS 5400, Steel, Concrete and Composite Bridges, Part 10, Code of Practice for Fatigue, 1980
- 81—1 Haibach, E., Oliver, R., Rinaldi, F.: Statistical Design and Analysis of an Inter—Laboratory Program on the Fatigue Properties of Welded Joints in Structural Steels, ASTM STP 744, 1981
- 82—1 钱冬生: 钢结构入门, 中国铁道出版社, 1982
- 83—1 Dowdy, S. M.: Statistics for Research, Wiley series in probability and mathematical statistics, 1983

附录 A 方差分析简介

1. 意义

为了检验某一（或某几个）因素对试验结果的效应，可以将试件分成若干组，分别对每一组将因素和它的水平指定为固定值，让每组各做几个试验。对于每一组讲，虽然因素和它的水平已保持不变，但由此所得的几个试验结果仍含有

一定的离散性，这是由于试验误差（乃至一些难于控制的因素的影响）所致；可以就每一组的几个试验结果，将其均值和方差和（ $SS = \text{sum of squares}$ ）求出，并用这个方差和来反映组内误差。再就所有的试验结果求总平均（总均），将见各组的均值（组均）同它不一致，可以就“组均”同“总均”求其方差和（另一个 SS ，注意在用“组均”来推算总体的方差和时，应将“组均”的方差和乘以一组之内的试验结果数目）；而它是反映因素的效应，或组际变异的。上述两个方差和所含的项数不一样；为消除项数的影响，应该分别除以各自的自由度，得均方差（ $MS = \text{mean squares}$ ），而均方差是凭借样本对于总体的标准方差（ $\hat{\sigma}^2$ ）的估值。由此可推算其 F 比值：

$$F = \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2} = \frac{MS_1}{MS_2} \quad (1)$$

式中 $\hat{\sigma}^2$ 和 MS ——标准方差（估值）和均方差；

下标 1, 2——样本 1，样本 2；可指定用组际数据求出的为样本 1，用组内数据求出的为样本 2。

另一方面，假定有两个正态分布的总体，其标准方差相等，现在分别从这两总体中抽样本，再从这两个样本分别推算 $\hat{\sigma}^2$ ，再求其比值，则可从理论上将这一比值的概率分布求出。这个概率分布是叫做 F 分布。如果所抽的样本容量较大（抽的数据较多），比值将接近于 1.0。若样本容量小，比值大于 1.0 的概率就显著增加。图 A1 表示一按 F 分布概率所绘的图；图形随自由度 ν_1 ， ν_2 而异，这里的 ν_1 和

ν_2 分别代表比值分子和分母的自由度；今用 α 表示阴影面积， F_{α, ν_1, ν_2} 表示这阴影面积左端的横坐标；这就是说：比值大于图示的 F_{α, ν_1, ν_2} 的概率是 α 。

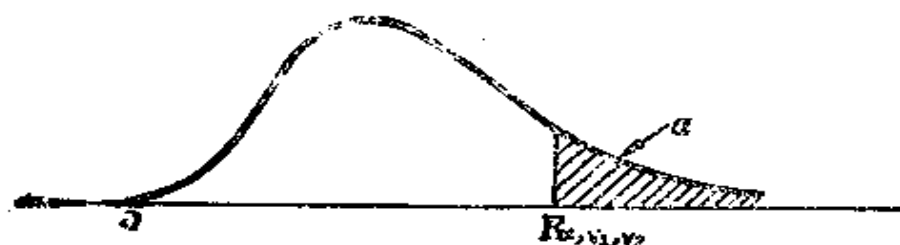


图 A1 F 分布图

再回到式 (1)。如果样本 1 和样本 2 没有什么差异，可以假定它们是来自同一总体，这所反映的就是因素没有效应，则在按样本 1 和样本 2 的自由度，以及一较小的 α （例如 0.05）查出 F_{α, ν_1, ν_2} 后，应该看到式 (1) 的 F 值和查出的 F_{α, ν_1, ν_2} 基本相同。如果式 (1) 的 F 值远远大于查出的 F 值，那就要承认因素所产生的效应很大。

2. 单因素的方差分析

这是一简单情况，今用于说明原理及计算技巧。假定让单因素 A 取 a 个水平，各水平以 i 表示， $i = 1, 2, \dots, a$ 。现对每一水平做一组试验，每一组包括 n 个试验，各个试验的编号以 k 表示， $k = 1, 2, \dots, n$ 。今用 y_{ik} 表示各个试验结果， y_{ik} 的总数是 an 。

可用下式表示 y_{ik} 的组成：

$$y_{ik} = \bar{y} + \alpha_i + \varepsilon_{ik} \quad (2)$$

式中 \bar{y} ——总均；

α_i ——第 i 水平所致的效应，等于 $\bar{y}_i - \bar{y}$ ，这里的
 \bar{y}_i 表示第 i 水平的组均，
 ε_{ik} ——组内误差的效应。

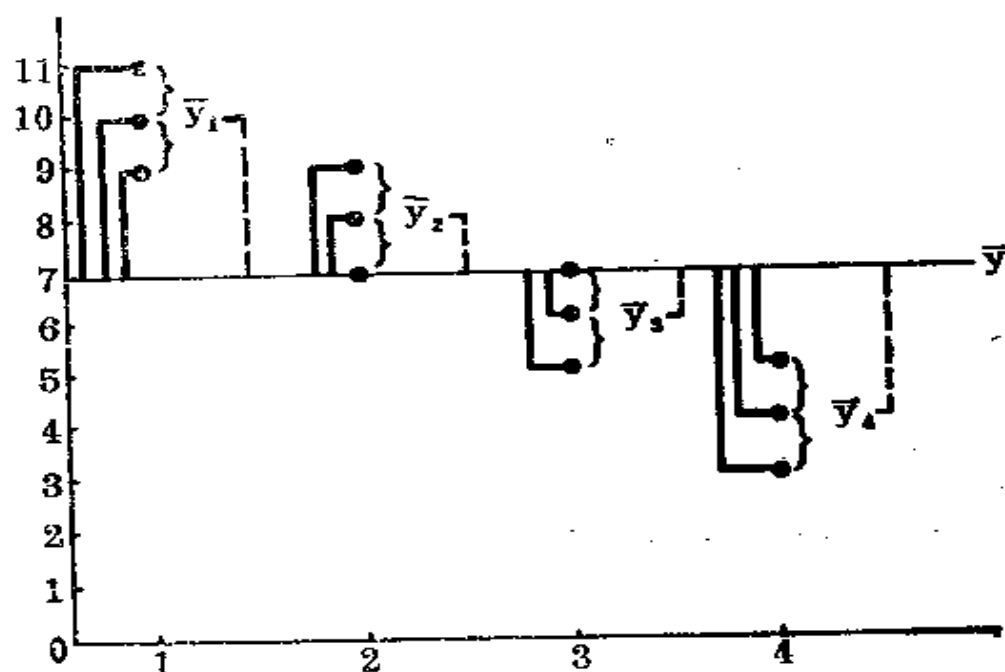


图 A2 对 \bar{y} 的三种偏离示意

总均和组均的定义是：

$$\bar{y} = \Sigma \Sigma y_{ik} / an \quad (3)$$

$$\bar{y}_i = \Sigma y_{ik} / n \quad (4)$$

看图 A2，可知 y_{ik} ， \bar{y}_i ， \bar{y} 的差异，以及所需考察的三种偏离。今用以下三式计算各 SS ，

$$SS_a = n \Sigma (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \quad (5)$$

$$SS_b = \Sigma \Sigma (y_{ik} - \bar{y}_i)^2 \quad (6)$$

$$SS_t = \sum \sum (y_{ik} - \bar{y})^2 = SS_a + SS_e \quad (7)$$

将式(5)和(6)所反映的 SS 分别作为式(1)的分子及分母看待, 将下标 1 换为 a , 下标 2 换为 e , 得

$$\hat{\sigma}_1^2 = MS_a = SS_a / (a - 1) \quad (8)$$

$$\hat{\sigma}_2^2 = MS_e = SS_e / a(n - 1) \quad (9)$$

$$F = MS_a / MS_e \quad (10)$$

式(8)和(9)中的分母分别代表各自的自由度。因此, 式(10)的 F 值应同 $F_{a, a-1, a(n-1)}$ 相比。

现在讲解题技巧。在式(5)至(7)之内, 圆括号内第二项是第一项的均值。可以设想: 其第一项 y_i 各代表从一个质点到一根轴的距离, 这些质点的质量都是 1.0; 第二项 \bar{y} 当代表从这些质点的质心到同一根轴的距离。于是, 以式(5)为例 (今不计其 n), 其总和式就代表这些质点对其质心轴的二次矩。按移轴原理, 这二次矩等于这群质点对上述轴的二次矩 [即 $\sum (y_i)^2$] 减总质量 (即 a) 乘 \bar{y}^2 。即:

$$\begin{aligned} \sum (\bar{y}_i - \bar{y})^2 &= \sum (\bar{y}_i)^2 - a(\bar{y})^2 \\ &= \sum (\bar{y}_i)^2 - (\sum \bar{y}_i)^2 / a \end{aligned} \quad (11)$$

式(6)和(7)都可仿此计算。而且, 还应将 $\bar{y}_i = \sum y_{ik} / n$ 代入式(11)使式(5)的计算可以利用下述的 A 和 CF 。

按照这一计算技巧, 可以将 $a = 4$, $n = 5$ 的计算排列如图 A3。这就是说: 将同一 i 的试验结果排成一行; 在每列之下, 列出上列三个总和: $\sum y_{ik}$, $(\sum y_{ik})^2$, $\sum (y_{ik})^2$ 。在这三横行之右, 将 i 个这些总和的总和列出。然后, 从这

右侧的三值计算图内所列的 T 、 A 、 CF 三值，式子见图内“改正前的平方和汇总”。再照列在订正表的式子计算各 SS ， MS 及 F 。

A 因 素

$\begin{matrix} i \\ k \end{matrix}$	1	2	3	4	
1	y_{11}	y_{21}	y_{31}	y_{41}	
2	y_{12}	y_{22}	y_{32}	y_{42}	
3	y_{13}	y_{23}	y_{33}	y_{43}	
4	y_{14}	y_{24}	y_{34}	y_{44}	
5	y_{15}	y_{25}	y_{35}	y_{45}	
Σ	Σy_{1k}	Σy_{2k}	Σy_{3k}	Σy_{4k}	$\Sigma \Sigma y_{ik}$
	$(\Sigma y_{1k})^2$	$(\Sigma y_{2k})^2$	$(\Sigma y_{3k})^2$	$(\Sigma y_{4k})^2$	$\Sigma (\Sigma y_{ik})^2$
	Σy_{1k}^2	Σy_{2k}^2	Σy_{3k}^2	Σy_{4k}^2	$\Sigma \Sigma y_{ik}^2$

改正前平方和汇总

代号	算 式	总和内的项数	每项所含 y_{ik} 数
T	Σy_{ik}^2	an	1
A	$\Sigma (\Sigma y_{ik})^2 / n$	a	n
CF	$(\Sigma \Sigma y_{ik})^2 / an$	1	an

订 正 值

变 异 原 因	自由度	SS	MS	F
A 因素 (组 间)	$a - 1$	$SS_A = A - CF$	$MS = SS_A / (a - 1)$	MS_A / MS_e
组 内 差 误 差	$a(n - 1)$	$SS_e = T - A$	$MS_e = SS_e / a(n - 1)$	
	$an - 1$	$SS_T = T - CF$		

图 A3 单因素试验的方差分析计算格式

3. 双因素试验的方差分析 [83—1]

现在, 可以让 A 因素取 a 个水平, 各水平以 i 表示 $i = 1, 2, 3, \dots, a$; B 因素取 b 个水平, 各水平以 j 表示, $j = 1, 2, 3, \dots, b$; 每组做 n 个试验, 试验编号以 k 表示, $k = 1, 2, \dots, n$ 。

现可用下式表示试验结果 y_{ijk} 的组成:

$$y_{ijk} = \bar{y} + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + e_{ijk} \quad (12)$$

式中 \bar{y} ——所有 y_{ijk} 的总均;

α_i ——A 因素在 i 水平时的效应 (水平按固定考虑);

β_j ——B 因素在 j 水平时的效应 (水平按固定考虑);

$\alpha\beta_{ij}$ ——A、B 因素分别在 i 、 j 水平时的交叉效应 (注意 $\alpha\beta$ 在这儿是一个代号, 并非乘数);

e_{ijk} ——组内误差效应 (当作一独立随机变量, 均值是零, 标准差是一常量)。

今以 A 因素取 4 个水平 ($a = 4$), B 因素取 3 个水平 ($b = 3$) 为例, 在图 A4 排列其试验结果并分别计算各总和 T 的格式。先就组内相加得 $T_{ij.}$; 次就竖列相加, 得 $T_{.ij.}$; 另就横行相加, 得 $T_{i..}$; 最后则将右下角的 $T_{...}$ 算出。然

后进行改正前的平方和计算。再进行订正值的计算。再将各 F 值算出。哪一个 F 值远离于按 F_{α, v_1, v_2} 查出的 F 值, 就表示该因素的效应显著。

		B 因素			
		1	2	3	
A 因素	1	y_{111}	y_{121}	y_{131}	$T_{1..}$
		y_{112}	y_{122}	y_{132}	
		$T_{11.}$	$T_{12.}$	$T_{13.}$	
	2	y_{211}	y_{221}	y_{231}	$T_{2..}$
		y_{212}	y_{222}	y_{232}	
		$T_{21.}$	$T_{22.}$	$T_{23.}$	
	3	y_{311}	y_{321}	y_{331}	$T_{3..}$
		y_{312}	y_{322}	y_{332}	
		$T_{31.}$	$T_{32.}$	$T_{33.}$	
	4	y_{411}	y_{421}	y_{431}	$T_{4..}$
		y_{412}	y_{422}	y_{432}	
		$T_{41.}$	$T_{42.}$	$T_{43.}$	
		$T_{.1.}$	$T_{.2.}$	$T_{.3.}$	$T_{...}$

改正前平方和汇总

代 号	算 式	总和内的项数	每项所含数 y_{ijk} 数
T	$\Sigma\Sigma\Sigma y_{ijk}$	abn	1
A	$\Sigma T_{i..}^2 / bn$	a	bn
B	$\Sigma T_{.j.}^2 / an$	b	an
S	$\Sigma\Sigma T_{ij.}^2 / n$	ab	n
CF	$T_{...}^2 / abn$	1	abn

订 正 值

变异原因	自由 度	SS	MS	F
A 因素	$a-1$	$SS_A = bn \sum (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2$ $= A - CF$	$MS_A = SS_A / (a-1)$	MS_A / MS_e
B 因素	$b-1$	$SS_B = an \sum (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2$ $= B - CF$	$MS_B = SS_B / (b-1)$	MS_B / MS_e
A、B 交互	$(a-1)(b-1)$	$SS_{A,B} = n \sum \sum (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2 = S - A - B - CF$	$MS_{A,B} = SS_{A,B} / (a-1)(b-1)$	$MS_{A,B} / MS_e$
组内误差	$ab(n-1)$	$SS_e = \sum \sum \sum (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2$ $= T - S$	$MS_e = SS_e / ab(n-1)$	
	$abn-1$	$SS_T = T - CF$		

图 A 4 双因素试验的方差分析计算格式

为说明图 A4 用法, 今举一极其简单的例子。 $a=3$, $b=4, n=2$, 各 y_{ijk} 值如表所列。各 T 值都就表计算并填入。再计算 T, B, CF, A, S 各值。然后计算 SS, MS, F , 并将 $F_{0.05, v_1, v_2}$ 查表填入。由计算结果可见: 算出的 F 值都大于查出的 F 值, 各因素及其交叉的效应都是较为显著的。为说明所查的 F 表的式样, 在表 A1 内摘列其一部分供参考。

B 因素

		1	2	3	4	
A 因素	1	2	4	3	1	15
		1	2	1	1	
		3	6	4	2	
		4	3	6	6	
	2	5	3	7	5	39
		9	6	13	11	
		6	8	7	5	
		4	8	8	6	
	3	10	19	15	11	52
		22	28	32	24	

$$T = 596 \quad B = 478 \quad CF = 468.17$$

$$A = 559.25 \quad S = 587$$

变异原因	自由度	SS	MS	F	$F_{0.05}$
A 因素	2	88.08	44.04	$MS_A / MS_e = 58.72$	3.885
B 因素	3	9.83	3.28	$MS_B / MS_e = 4.37$	3.490
A、B交叉	6	20.92	3.49	$MS_{A,B} / MS_e = 4.65$	2.996
组内误差	12	9.00	0.75		

$F_{0.05, v_1, v_2}$ 数值表 (摘录) 表 A1

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	6	10	12
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.163	5.964	5.912
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.284	4.060	4.000
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.581	3.347	3.284
12	4.747	3.885	3.490	3.259	2.996	2.753	2.687
16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.741	2.446	2.425
20	4.351	3.493	3.098	2.886	2.599	2.384	2.278

附录 B 线性回归分析简介

1. 概 述

在进行科学实验之中，在将许多因素加以控制的条件下，让某一（独立）变量取某值，可以得到一试验结果，这试验结果是一个因变量。如果独立变量和因变量之间基本上存在着线性关系，则怎样使这一线性关系确定得最使人满意，而在由试验结果所决定的经验点难免离散的情况下，凭所规定的线性关系所推算的试验结果（因变量）的置信程度如何，那就是我们现在要解决的问题。称它为回归分析，那是出于历史上的偶然；从字面上讲，就算是试验数据回归到一条经验性关系线吧。

按习惯，独立变量用 X_i 表示，因变量用 Y_i 表示。在疲劳数据处理中， $\log f$ 是独立变量， $\log N$ 是因变量，而 $\log f$ 已习惯于画在纵坐标轴。本附录将照此办理。

2. 用最小二乘原理决定均值回归关系线

看图 B 1, 现是按 n 对 (X_i, Y_i) , 将 n 个经验点描出后, 试作一线穿过其中。对于每一 X_i , 这线有一对应点, 该点的另一坐标值是 \hat{Y}_i 。 $\hat{Y}_i \neq Y_i$, 这是由于经验点的离散性。如能让 $(Y_i - \hat{Y}_i)$ 的总和是零, 还让 $\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2$ 达到最小, 则我们将对所作的线感到满意。现设所作的线可用下式表示:

$$\hat{Y}_i = a + bX_i \quad (1)$$

式中 a 、 b ——分别为这线的截距和斜率。

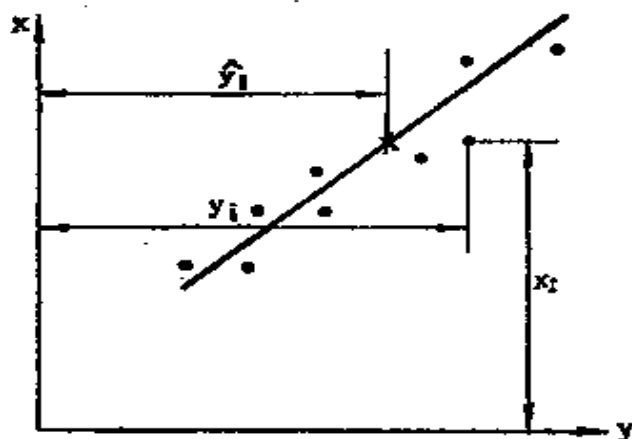


图 B 1 线性均值回归线示意

用最小二乘原理来决定 a 和 b , 就是让下式得到满足:

$$\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \Sigma[Y_i - (a + bX_i)]^2 = \text{最小} \quad (2)$$

设 $\phi(a, b) = \Sigma[Y_i - (a + bX_i)]^2$

让这式对于 a 、 b 的偏导都是零, 得:

$$\frac{\partial \phi}{\partial a} = -2[\Sigma(Y_i - a - bX_i)] = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial b} = -2[\Sigma(Y_i - a - bX_i)X_i] = 0$$

引用下列代号:

$$\bar{X} = \Sigma X_i / n, \quad \bar{Y} = \Sigma Y_i / n \quad (3)$$

从以上二式将 a 和 b 的解求出如下:

$$b = \frac{\Sigma(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\Sigma(X_i - \bar{X})^2} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} \quad (4)$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} \quad (5)$$

式中 S_{XY} 和 S_{XX} 是代号, 分别表示式 (4) 的分子及分母, 且 S_{XX} 相当于附录 A 中的 SS_X 。

从式 (5) 可知, (\bar{X}, \bar{Y}) 是式 (1) 上的一点; 而从式 (3) 可知, (\bar{X}, \bar{Y}) 是 n 个经验点的“重心”所在。

3. 置信区间

在 $X = X_i$ 的条件下, Y 是一随机变量; 由式 (1) 所决定的 \hat{Y}_i 是其均值。在假定这随机变量 Y 是按正态分布, 不因 X_i 的不同而改变其标准差的情况下, 可订正式 (1), 使 Y_i 表示如下:

$$Y_i = \hat{Y}_i + \epsilon = a + bX_i + \epsilon \quad (6)$$

式中 ϵ 的均值是零, 标准差将通过试验数据所提供的样本用下法来求。

这儿所要计算的是

$$S_e = \Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (7)$$

式中的 S_e 叫残差平方和，它和附录 A 中的 SS_e 相当。
现通过对 S_{yy} 的分解来推算：

$$\begin{aligned} S_{yy} &= \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum (Y_i - \hat{Y}_i + \hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \\ &= S_e + \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + 2\sum (Y_i - \hat{Y}_i)(\hat{Y}_i - \bar{Y}) \end{aligned}$$

其中
$$\begin{aligned} \sum (Y_i - \bar{Y})^2 &= \sum (a + bX_i - \bar{Y})^2 \\ &= \sum [b(X_i - \bar{X})]^2 \\ &= b^2 S_{xx} = b S_{xy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum (Y_i - \hat{Y}_i)(\hat{Y}_i - \bar{Y}) &= \sum (Y_i - a - bX_i)(a + bX_i - \bar{Y}) \\ &= \sum [(Y_i - \bar{Y} - b(X_i - \bar{X}))][b(X_i - \bar{X})] \\ &= \sum \{b(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X}) - b^2(X_i - \bar{X})^2\} \\ &= b[S_{xy} - bS_{xx}] = 0 \end{aligned}$$

所以， $S_{yy} = S_e + b S_{xy}$

式 (7) 可用下式来计算

$$S_e = S_{yy} - b S_{xy} \quad (8)$$

由于 S_e 的自由度是 $n-2$ (注：式 1 中的 a 及 b 的决定，使自由度减少两个)，对随机变量 Y (作为总体) 标准方差的估计值是

$$\hat{\sigma}^2 = S_e / (n-2) \quad (9)$$

以上所讲的 a 、 b 和 Y 的值都将因所取置信水平 $(1-\alpha)$ 的不同而具有不同的置信限；其算式如下：

$$a: a \pm t_p \hat{\sigma} \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{S_{XX}} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (10a)$$

$$b: b \pm t_p \hat{\sigma} (S_{XX})^{-\frac{1}{2}} \quad (10b)$$

$$Y \text{ (均值)}: \hat{Y} \pm t_p \hat{\sigma} \left[\frac{1}{n} + \frac{(X^* - \bar{X})^2}{S_{XX}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10c)$$

$$Y \text{ (个别值)}: \hat{Y} \pm t_p \hat{\sigma} \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X^* - \bar{X})^2}{S_{XX}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10d)$$

式中 $t_p = t_{\alpha/2, n-2}$ —— 学生氏 t 分布内的 t 值，同置信水平 $1-\alpha$ ，自由度 $n-2$ 相对应者；

X^* —— 指独立变量（例如， $\log f$ ）不是其均值 \bar{X} 的情况，其 Y 的置信区间将随 $(X^* - \bar{X})^2$ 的加大而稍宽。

式 (10c) 用于 Y 的均值（即期望值），而式 (10d) 则用于估计下一个试验结果，这时， $1 + 1/n = (n+1)/n$ 是因试验结果数目将从 n 增至 $n+1$ 所作的调整。就实用讲，因 n 较大（例如，大于20）， $(n+1)/n$ 和1.0相近；而 X^* 同 \bar{X} 的差别往往不大，这样，根号内的该项可忽略；于是，式 (10d) 第二大项将是 $\pm t_p \hat{\sigma}$ 。看下文的表 B 1，若 $n=20$ ， $t_{0.025, 20}$ 接近于2.0，所以，美国人习惯于从 $\log N$ 的均值（即 \hat{Y} ）减两个标准差（指 $\log N$ 的标准差），以决定置信下限；而英国人实际上也是这样。

现在对学生氏 t 分布稍作说明。如果有一个正态分布的总体，我们从这个总体内抽出若干个容量是 n （即抽出 n 个数据）的样本，将这些样本的均值 \bar{Y} 求出，则这些 \bar{Y} 的均值当接近于总体均值的 μ ，而这些 \bar{Y} 的标准差当是 σ/\sqrt{n} ，式中的 σ 是总体的标准差。在将 \bar{Y} 的概率分布进行标准化（或叫约化）时，所用统计量是：

$$\frac{\bar{Y} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

如果并不知道 σ 的值是多少，那就只能从样本对总体的 σ 进行估算，今用 $\hat{\sigma}$ 表示该估计值，于是，新的统计量 t 是

$$t = \frac{\bar{Y} - \mu}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}}$$

如果 n 小于 30， t 的概率分布将同正态分布有所偏离。在理论上， t 分布是由其自由度 ν ($\nu = n - 1$) 所决定。这个分布对 $t = 0$ 的纵轴对称，概率密度最大值发生在 $t = 0$ 处。看图 B2，若指定 α 为某值，则面积为 α 的左端边界的横坐标将用

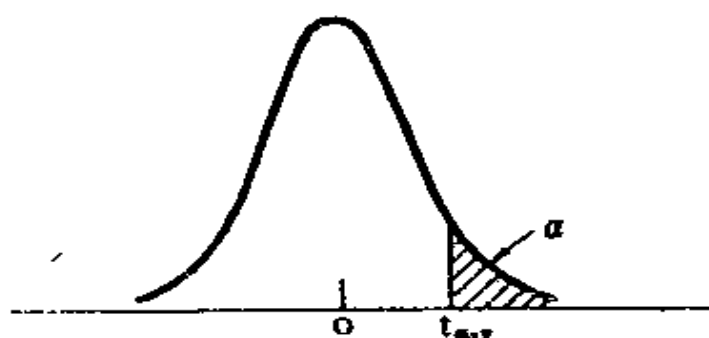


图 B 2 t 分布

$t_{\alpha, \nu}$ 表示, 下标 ν 表示这个 t 分布的自由度。 α , ν 和 t 的关系如附表 B1 所示。

$t_{\alpha, \nu}$ 值

表 B 1

ν	α		ν	α		ν	α	
	0.05	0.025		0.05	0.025		0.05	0.025
1	6.314	12.706	11	1.796	2.201	21	1.721	2.080
2	2.920	4.303	12	1.782	2.179	22	1.717	2.074
3	2.353	3.182	13	1.771	2.160	23	1.714	2.069
4	2.132	2.776	14	1.761	2.145	24	1.711	2.064
5	2.015	2.571	15	1.753	2.131	25	1.708	2.060
6	1.943	2.447	16	1.746	2.120	26	1.706	2.056
7	1.895	2.365	17	1.740	2.110	27	1.703	2.052
8	1.860	2.306	18	1.734	2.101	28	1.701	2.048
9	1.833	2.262	19	1.729	2.093	29	1.699	2.045
10	1.812	2.228	20	1.725	2.086	30	1.697	2.042

4. 相关系数

关于 Y_i 同 \bar{Y} 的方差和, 即 $S_{YY} = \sum (Y_i - \bar{Y})^2$, 认为其由 $\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$ 所表达的部分是得到解释的(是能用 X_i 效应说明的), 其余由 S_e 所代表的 $\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ 是未得解释的(由误差或难于控制原因引起的), 由是而建立下列比值:

$$\frac{S_e}{S_{YY}} = \frac{S_{YY} - bS_{XY}}{S_{YY}} = 1 - \frac{S_{XY}^2}{S_{XX}S_{YY}} = 1 - r^2$$

这式中的 r^2 代表已在回归线中得到解释的部分, 并将 r 叫作相关系数; 由此得

$$r = \frac{S_{YY}}{\sqrt{S_{XX}S_{YY}}} \quad (11)$$

若 $|r| = 1$ ，则所有经验点都在回归线上，离散度是零。若 r 接近于零，则表示 X 和 Y 之间没有什么关系。

5. 计算技巧和举例

将附录A所讲的式(11)的演算技巧运用于这儿的 S_{XX} 、 S_{YY} 、 S_{XY} 的计算，当可节约计算工作量不少。今举一例如下。设有9对 (X_i, Y_i) ，如下列两行所示：

$$X_i = 1, 1, 2, 4, 4, 5, 6, 6, 7$$

$$Y_i = 3, 6, 4, 3, 6, 5, 9, 10, 8$$

试推算其均值回归线(将 a 及 b 算出)，并按置信水平为95% 求算以下各值： b 的上下限， $X^* = 3.5$ 时的 Y (均值) 置信限，相关系数 r 。

〔解〕 $n = 9, \Sigma X_i = 36, \Sigma X_i^2 = 184,$
 $\Sigma Y_i = 54, \Sigma Y_i^2 = 376, \Sigma X_i Y_i = 248,$
 $\bar{X} = 36/9 = 3, \bar{Y} = 54/9 = 6$
 $S_{XX} = 184 - (36)^2/9 = 40$
 $S_{YY} = 376 - (54)^2/9 = 52$
 $S_{XY} = 248 - (36)(54)/9 = 32$
 $b = 32/40 = 0.80$
 $a = 6 - 0.8(4) = 2.8$
 $\hat{Y}_i = 2.8 + 0.8X_i$
 $\hat{\sigma}^2 = \frac{52 - 0.8(32)}{9 - 2} = 3.78$

$$\hat{\sigma} = 1.95$$

在 $1 - \alpha = 0.95$ 条件下，因 t 分布是对于 $t = 0$ 对称的（见图 B2），左右两端被划出去的面积应各是 0.025，所以，相应的值是 $t_{0.025, 7} = 2.365$

$$b = 0.8 \pm 2.365(1.95)/(40)^{\frac{1}{2}} = 0.8 \pm 0.73$$

Y（均值）当 $X^* = 3.5$ 时的置信区间

$$2.8 + 0.8(3.5) \pm 2.365(1.95)$$

$$\times [1/9 + (3.5 - 3)^2/40]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 5.6 \pm 1.58,$$

$$r = \frac{32}{\sqrt{40 \times 52}} = 0.702$$