第3卷第2期　辽宁省交通高等专科学校学报　Vol. 3 No.2
2001年6月 JOURNAL OF LIAONING PROVINCIAL COLLEGE OF COMMUNICATIONS Jun. 2001

体外预应力混凝土结构的非线性分析

李铁强　王　彤　张广恕[1]
(1　沈阳高等级公路建设总公司)

摘　要　本文初步探讨了体外预应力混凝土结构非线性分析的方法,对部分分析结果还进行了相关试验验证。

关键词　体外预应力　非线性分析　试验验证

1　前言

目前,体外预应力混凝土结构在世界范围内得到了广泛的重视,具有广阔的发展前景。由于体外预应力结构存在体内体外混合配束及整体浇注和节段施工等问题,使得其结构分析过程变得极为复杂。非线性全过程分析是结构分析的重要手段,通过对体外预应力桥梁结构的非线性全过程分析,得到梁、索从张拉到破坏整个过程的变形、应力等。以此为基础,结合对影响体外预应力结构力学性能的主要因素的参数分析,包括整体施工或节段施工、体内配束或体外配束、钢束与结构有粘结或无粘结对结构力学性能的影响,进而得到体外预应力桥梁结构较为系统的设计理论。为此,我们尝试了对体外预应力混凝土结构进行初步的非线性全过程分析。本文简单介绍一下我们的基本思路和一些粗浅体会。

2　结构分析

首先必须建立能够对体外预应力混凝土结构进行全过程受力分析的通用的计算模型,在建模过程中我们考虑的主要因素有:

①结构物理非线性:主要考虑材料的非线性,包括混凝土、非预应力钢筋和体外索的非线性。

②结构几何非线性:主要考虑变位对结构的二阶影响,这里我们只研究跨中无转向块的情况。

③粘结与无粘结的影响:包括体内有粘结非预应力钢筋和体外无粘结或有粘结混合配束的情况。

④整体施工与节段施工的影响:这里主要包括两种情况,一种是有非预应力钢筋通过接缝的情况;另一种是无非预应务钢筋通过接缝的情况。

在非线性有限元分析中,我们建立的通用模型中包括一维钢筋混凝土梁单元、体内有粘结预应力索单元和接缝单元。

2.1　梁单元

我们采用的钢筋混凝土梁单元在截面上采用分层组合模型,实为一维混凝土梁单元,每个结点有六个自由度,可以进行三维结构分析,如图1所示。混凝土单元的一般形状为四边形,这样可以考虑水平和垂直两个方面的非对称加载的工况。每个四边形单元沿桥纵向离散为一系列正方形积分体,每个积分体可由100～200个积分点来表示。在每一个横截面处,材性随积分点变化以考虑结构的材料非线性。为了简化求解过程,这里建立以下基本假定:

①忽略剪切变形的影响;

②不考虑弯扭的耦合作用;

③混凝土处于单轴应力状态;

④混凝土的应力应变关系为双线性的。

另外,这里假定钢筋或预应力钢筋与周围混凝土粘结较好,在两者之间没有滑移,截面应变满足平截假定,根据材料的实际应力应变关系和平衡条件可以导出单元的刚度矩阵和固端力列阵,用单元层的不断退出工作来模拟混凝土裂缝的开展。在结构加载过程中的刚度矩阵是时刻变化的,利用控制位移的办法来解决其收敛问题。

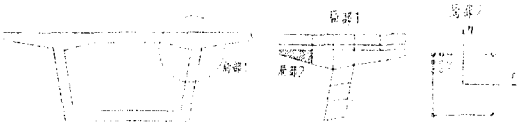


图1　单元划分示意

2.2　体内有粘结索单元

我们把体内有粘结索离散成一系列节段直单元,在节点处与混凝土共同变形。这里假定结构为大变形结构,那末索总的应变增量可由下式表示:

收稿日期:200－02－26

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$$\delta\zeta = \delta\varepsilon + \delta\eta \tag{1}$$

这里 $\delta\varepsilon$ 为一阶应变增量，$\delta\eta$ 为二阶应变增量。

转化为索的局部坐标后可表示为：

$$\delta\zeta_p = \delta\varepsilon_p + \delta\eta_p = \underline{T}\delta\varepsilon + \underline{T}\delta\eta \tag{2}$$

对一阶和二阶应变进行变量分离后有：

$$\delta\varepsilon_p = \underline{T}\underline{B}\delta a = \underline{B}_p\delta a \tag{3}$$

这里$\underline{B}$为梁单元的应变矩阵。根据虚位移原理可得到刚度矩阵为：

$$\underline{K}_p = A_p \int_l E_p\underline{B}_p^T \otimes \underline{B}_p ds \tag{4}$$

则几何刚度矩阵可按下式表示：

$$\delta\eta_p = \underline{T}\delta\eta \tag{5}$$

$$\underline{K}_{GP} = \int_l \delta\eta_p\sigma_p ds = A_p \int_l \sigma_p\underline{G}^T\underline{H}\underline{G} ds \tag{6}$$

关于外荷载的处理我们采用的是荷载平衡法，将外荷载表示为其等效荷载的形式，其表达式如下：

$$\underline{P} = \int_l P(s)\underline{B}_p^T ds \tag{7}$$

2.3 体外无粘结索单元

体外预应力混凝土结构非线性分析的难点之一就是索在转向块变位状况的处理。这里我们定义了两种滑移状态。一个是体外索在转向块处不发生任何滑移，另一个是体外索在转向块处可以自由滑称。未考虑中间状态的理由有以下两个：

①摩擦系数难以确定。因为在通常情况下摩擦系数 μ 是随着索的类型和转向块的几何尺寸而变化的。

②影响分析程序的实用性。如果我们考虑摩擦影响，那末结构的极限强度将与荷载的加载进程有关。对于实验梁来说，这种结果并无多大的影响，但对于实桥分析而言，只有假定在转向块处索无滑移或自由滑移才能得到结构在极限状态的实际力学状态。

采用与体内有粘结索单元类似的方法可以得到体外无粘结索单元的有限元构式，不同之处在于应变的表达式不同。这是因为对于体外无粘结索单元来说，不仅要考虑两节点之间的变位，而且要考虑多节点之间的变位。其表达式如下：

$$\delta\varepsilon_p = \underline{T}^*\underline{B}^*\delta\underline{a}^* = \underline{B}_p^*\delta a^* \tag{8}$$

这里 $\delta\underline{a}^*$ 是多节点间的变位增量，$\underline{B}^*$ 是索方向的修改应变矩阵。

K 由于节点数目是变化的，因而要想精确得到 $\underline{K}_p^*$、$\underline{K}_{GP}^*$是很困难的。但是如果我们假定索体在转向块处不发生滑移，那么就可以近似得到刚度矩陈。这时$\underline{K}_p^*$、$\underline{K}_{GP}^*$便可由类似公式(4)和公式(6)的方法利用$\underline{B}_p$来得到，而此时的应变可利用$\underline{B}_p^*$来计算。

2.4 节段接缝单元

对于节段施工的体外预应力结构，节段间接缝是其不同于其他整体施工的预应力混凝土结构的显著特征，接缝就像是预先设置的裂缝，并且没有任何的普通钢筋通过，其力学性能下接影响到整体结构的力学性能。过去的非线性分析方法对其无法处理，有时甚至把整体施工与节段施工混为一团。

本文把接缝处理成独立的接缝单元，接缝截面混凝土不承受任何拉力。采用类似梁单元的处理办法，假定接缝处力的扩散角为 45 度，这样梁单元的长度就应该等于截面的有效深度。值得指出的是，经过上述处理之后，在求解过程中回避了很多病态的数学问题，大大地简化了求解过程。

3 试验验证

根据上述基本思路我们编写了名为 TWSPRO 的体外预应力混凝土结构非线性全过程分析的有限元程序。为了验证程序的可靠性，我们把 TWSPRO 与国外 ANLEXT 程序的非线性分析结果进行了比较，同时我们也把 TWSPRO 分析的结果与相关的理论计算结果(如能量变分法的计算结果)进行了比较分析，效果令人满意。为了更能说明问题，我们对 TWSPRO 还进行了特别的试验验证。我们制作了 19 根体外预应力工字梁试件(详见文献 1)，采用整体浇注施工，加载方式为四分点对称加载和跨中单点加载。试件中非预应力钢筋的配制也分为多种规格，钢筋直径从 ϕ6 至 ϕ14，钢筋等级为 I 级和 II 级。体外索采用 2 根 3ϕ5 钢绞线对称布置，张拉控制应力也分为若干种情况。具体试验验证结果如下：

3.1 体外索中应力增量的验证

在 19 根梁中，我们选取了 12 根实验数据相对可靠的试验梁做为验证对象。首先利用 TWSPRO 有限元程序计算出每根试验梁在每一级试验荷载作用下体外索中应产生的应力增量作为理论值，然后再与试验的实测值进行比较。具体比较情况见表 1。值得注意的是，表中理论值与实测值的比值为每一级试验荷载作用下的平均值。

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

体外索中应力增量 $\Delta\sigma_y$ 理论值与实验值对比情况　表 1

试件号	TWS-1	TWS-2	TWS-4	TWS-6	TWS-7	
理论值/实测值	1.083	1.041	1.054	0.936	1.108	1.097
试件号	TWS-11	TWS-12	TWS-14	TWS-16	TWS-17	TWS-18
理论值/实测值	0.999	0.878	1.119	1.053	1.272	0.997
统计参数	$\bar{x}=1.053$		$\sigma=0.095$		$C_v=0.090$	

3.2　极限荷载的验证

首先利用 TWSPRO 有限元程序计算出 12 根试验梁的极限荷载作用理论值,然后将其与实测极限荷载进行比较,具体比较情况见表 2。表中数据表明,非线性有限元分析的结果与试验中获得的实测值符合得非常好。

体限荷载的理论值与实验值对比情况　表 2

试件号	TWS-1	TWS-2	TWS-4	TWS-6	TWS-7	
理论值/实测值	1.113	1.067	1.032	0.917	1.132	1.110
试件号	TWS-11	TWS-12	TWS-14	TWS-16	TWS-17	TWS-18
理论值/实测值	0.967	0.901	1.124	1.063	1.289	0.943
统计参数	$\bar{x}=1.055$		$\sigma=0.106$		$C_v=0.100$	

3.3　跨中挠度的验证

首先利用 TWSPRO 有限元程序计算出 12 根试验梁在每一级试验荷载作用下在梁跨中产生的挠度作为理论值,然后再与试验中挠度的实测值进行比较。具体比较情况见表 3。同样,表中跨中挠度的理论值与实测值的比值也为每一级试验荷载作用下的平均值。

跨中挠度的理论值与实验值对比情况　表 3

试件号	TWS-1	TWS-2	TWS-4	TWS-6	TWS-7	
理论值/实测值	1.134	1.098	1.101	0.903	1.117	1.115
试件号	TWS-11	TWS-12	TWS-14	TWS-16	TWS-17	TWS-18
理论值/实测值	0.943	0.866	1.216	1.097	1.297	0.963
统计参数	$\bar{x}=1.071$		$\sigma=0.123$		$C_v=0.115$	

4　结论与展望

通过相关的试验验证和理论验证之后可能得到如下结论:

(1)本文介绍的体外预应务非线性分析的基本思路是正确的,非线性有限元分析的结果是可靠的,其精度得到了相关的试验验证,可用于工程实际。

(2)在具体计算分析中我们发现,对于整体施工的体外预应力结构来说,宜假定体外索在转向块处自由滑移;而对于节段施工的体外预应力结构来说,假定体外索在转向块处不骨移是合适的。

(3)本文给出的非线性有限元分析的结果与能量变分法(文献 1)的计算结果符合得很好,其精度甚至比能量变分法的计算精度还要高。

(4)本文介绍的体外预应力非线性分析的方法还有待于完善,如模型的通用性还有待于提高。相关的试验验证还应更全面,如应进一步验证节段施工的情况。这些都是我们下一段的工作。

参考文献

1　王宗林,王彤,张树仁,《体外预应力简支梁正常使用阶段索应力增量分析》东北公路 2000.11

2　王彤·体外预应力混凝土梁弹性分析与试验研究·哈尔滨建筑大学硕士论文,1999.1

3　张树仁,《桥梁钢筋混凝土结构按极限状态计算》哈尔滨工业大学出版社 1988.4

4　陶学康,《无粘结预应力的混凝土设计与施工》地震出版社,1993.5

5　Antoine Naaman, John Breen, Extemal Prestressing in Bridges. 1990

6　K. H. Tan, A. E. Naaman. Methodology for strength evaluation of extemally prestressed beams, USA, 1192

7　Sokolnikoff《张量分析理论及其在地质力学和连续介质力学中的应用》,英文版,Wiley 出版公司,1964 年

(下转第 16 页)

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$(xf(x,y))'_x = f(x,y) + xf_x(x,y) = f(x,y) + xf(x,y) = (1+\alpha)f(x,y)$

即 $\frac{1}{1+\alpha}xf(x,y) = f(x,y)$

即存在 $F(x,y) = \frac{1}{1+\alpha}f(x,y)$，使得 $(xF(x,y))_x' = f(x,y)$

由定理1，定理2得证。

用此方法解某些不能直接计算的累次积分时，可以不交换积分次序直接计算，现举例如下：

例3 计算 $I = \int_0^1 dx \int_x^1 x^2 e^{-y^2} dy$

解 因为 $xf_x(x,y) = x\frac{\partial(x^2e^{-y^2}}{\partial x} = 2f(x,y)$

即 $\alpha = 2$，由定理2得

$I = \frac{1}{1+2}\{[x\int_x^1 x^2e^{-y^2}dy]_0^1 - \int_0^1 x(-x^2e^{-y^2})dx\}$

$= \frac{1}{3}\int_0^1 x^2e^{-x^2}dx = \frac{1}{3}(\frac{1}{2} - \frac{1}{e})$

例4 计算 $I = \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} dy \int_y^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} y^2 \sin x^2 dx$

解：因为，$f(x,y) = y^2\sin x^2$，则

$y\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 2f(x,y)$

由 $\alpha = 2$，及定理2得

$I = \frac{1}{1+2}\{[y\int_y^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} y^2\sin x^2 dx]_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} - \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} y(0 - y^2\sin y^2)dy\}$

$= \frac{1}{3}\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} y^3\sin y^2 dy = \frac{1}{6}$

参考文献

1 华东师范大学教学系.数学分析，下册，北京：人民教育出版社，1981.6

2 盛祥耀，潘鹄屏。高等教学，下册。高等教育出版社，1995，5

The Integration by Parts in Unitiple Integralcal Culation

Yue Guixin

〔Abstract〕 This paper gives a method to solve double integration by integral subsection integration.

〔Key words〕 subsection integration, double integration

(上接第3页)

Nonlinear Analysis of Externally Prestressed Concrete Bridges

Li Tieqian Wang Tong Zhang Guangshu

〔**Abstract**〕 A nonlinear finite element program has been developed to study the behaviour of external prestressing structures, and we also carried on some of the corresponding experimental research.

〔**Key words**〕 externally prestressed nonlinear analysis experimental research

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.