体外预应力混凝土简支梁的效率配筋设计

王宗林 张树仁 王潮海

（哈尔滨工业大学） （吉林省交通厅）

摘 要 通过对体外预应力混凝土简支梁中受拉区普通钢筋对结构工作性能的影响分析，明确了在体外索结构中普通钢筋的作用和截面的破坏机理，从充分利用材料强度及提供足够的截面延性出发，提出效率配筋的概念。根据截面的变形关系，推导出效率配筋下索极限应力增量和截面极限强度的计算公式。通过对截面变形参数沿梁长变化的分析，找出了其变化规律，确定了沿梁长方向的截面变形，从而求得锚固和转向点的位移并求出体外索的应力。在此基础上，通过简单的迭代计算，给出了不同转向方式和加载形式下效率配筋的计算方法。

关键词 体外预应力 效率配筋设计 应力增量 截面变形 极限强度

中图分类号：TU378.2 **文献标识码**：A

文章编号：1000-131X（2003）12-0001-07

EFFICIENT REINFORCEMENT DESIGN OF EXTERNAL PRESTRESSED CONCRETE SIMPLY SUPPORTED BEAM

Wang Zonglin *Zhang Shuren* *Wang Chaohai*

（Harbin Institute of Technology） （Jilin Communication Department）

Abstract

Through the analysis for the effects of the ordinary steel reinforcement within external prestressed concrete simply supported beam in tension zone on the performance of structure, that the function of ordinary steel reinforcement in external tendon structure and the failure mechnism of beam section are clarified, and from the point of to utilize fully the strength of materials and to provide enough the ductlity of beam section, hence the concept of efficient reinforcement design is put forward. According to the relationship for the deformation of beam section, then the computation formulae for the ultimate stress increment of tendons and the ultimate strength of beam section under the efficient reinforcement design are derived. Through the variation of deformation parameters on beam section along the length of beam, the regularity of variation can be found to determine the deformation of beam section along the length of beam, thus the displacement at anchor zone and deviating point as well as the stress of external tendons are calculated. On the basis of above mentioned and by simply iteration calculation, finally the computation method of efficient reinforcement design under different deviation type and different loading condition is given.

Keywords: externally prestressing force; efficient reinforcement design; stress increment; section deformation; ultimate strength

1 概 述

国内外学者对体外预应力混凝土简支梁极限强度作了大量的理论分析和试验研究，并提出了一些比较成熟的计算理论。例如《美国公路桥梁设计规范》（AASHTO 1994）采用的粘结降低系数法，通过对等效有粘结筋应力的折减，得到无粘结筋的应力增量。文献［1，2］以混凝土塑性铰理论为基础，规定梁体极限状态下塑性铰区长度和混凝土的极限压应变，通过梁体变形的几何关系得到体外索的极限应力增量。所有这些计算方法，都是以截面的非预应力筋必须限制在适筋梁的范围之内为前提，对于普通钢筋较少或较多的梁，其计算方法不一定成立。

普通钢筋对体外预应力混凝土梁性能的影响是很大的，对体外预应力混凝土结构来说，受拉钢筋所起的作用与普通钢筋混凝土结构不完全相同。受拉钢筋在提高截面的抗弯能力的同时，主要是为分散裂缝，增强梁的挠曲变形能力和提高破坏时的延性，从而提高体外力筋的极限应力。当配置适当的普通钢筋后，能使梁的各种性能得到改善，抗弯能力也有所提高[3,4]。如何调整普通钢筋的用量，使结构在破坏前

收稿日期：2002-02-06，收到修改稿日期：2003-02-14
交通部"九五"行业联合科技攻关项目（合同编号：95-05-02-06）

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

具有足够的延性及达到最好的使用性能，是进行截面设计的首要问题。

2 效率配筋概念的提出

为全面了解普通钢筋对体外预应力混凝土梁的影响，利用体外预应力混凝土简支梁全过程分析方法[5,6]，计算了不同跨径、不同高度的体外预应力混凝土简支梁，在不同配筋条件下的极限荷载、极限挠度和极限应力增量。图 1 至图 3 为其中的一个模型分别在跨中加载、三分点加载和均布荷载作用下，梁的极限荷载、极限索应力增量及跨中极限挠度随不同受拉普通钢筋的变化情况。

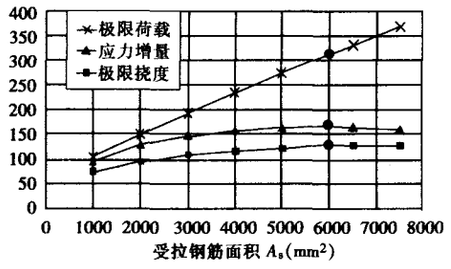


图 1 跨中加载时不同受拉钢筋对结构的影响

Fig.1 Structure response under mid－span loading with different ordinary steel reinfocement in tension zone

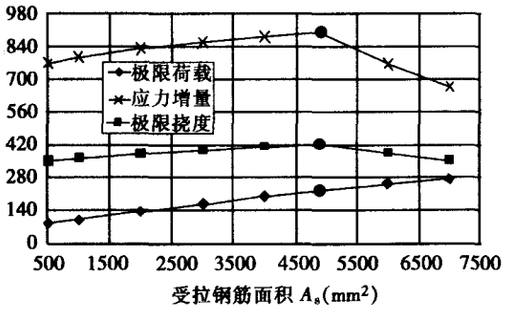


图 2 三分点加载时不同受拉钢筋对结构的影响

Fig.2 Structure response under 1/3 span loading with different ordinary steel reinforcement in tension zone

在图 1 至图 3 所采用的计算模型中，梁的截面高度 h = 50cm，混凝土 f_c' = 35MPa；预应力筋 A_p = 500mm²，σ_{p0} = 1000 MPa，a_p = 10cm；受拉区普通钢筋 f_{sd} = 340MPa，a'_s = 3cm；受压区普通钢筋 A_s' = 500mm²，f'_{sd} = 240MPa，a'_s = 3cm。采用直线索，在跨中设一个转向装置。

由计算结果及图 1 至图 3 可以得到以下结论：

(1) 破坏形式：当受拉区普通钢筋很少时，表现为普通钢筋过度伸长导致主梁失效，此时受压区混凝土尚未达到其极限压应变 0.003；当受拉区普通钢筋很多时，表现为受压区混凝土达到极限压应变 0.003 导致主梁失效，此时受拉区普通钢筋尚未达到其极限拉应变 0.01。在这两者之间，可以找到适当的普通钢筋用量，使得普通钢筋拉应变达到 0.01 的同时，受压区顶边混凝土的应变达到 0.003，即两者同时失效而导致主梁破坏，把这种配筋用 A_s^* 表示（即图 1 至图 3 中“·”点所对应的 A_s）。

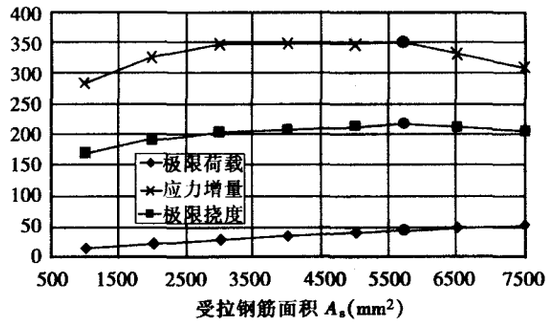


图 3 均布荷载加载时结构效应

Fig.3 Structure response under uniform loading with different ordinary steel reinfocement in tension zone

(2) 极限荷载 P_u：极限荷载 P_u 与受拉区普通钢筋 A_s 成线性关系，并随 A_s 的增加而增大。当 A_s 大于 A_s^* 时，线性关系依然成立，但直线的斜率发生了转折，P_u 随 A_s 的增长速度变缓。

(3) 极限挠度 f_u：当普通钢筋用量 A_s 小于 A_s^* 时，极限挠度 f_u 随 A_s 的增加而增大。当 A_s 达到 A_s^* 时，f_u 达到最大值。当 $A_s > A_s^*$ 时，f_u 随 A_s 的增加而减小。

(4) 索极限应力增量 $\Delta\sigma_p$：当普通钢筋用量 A_s 小于 A_s^* 时，极限应力增量 $\Delta\sigma_p$ 随 A_s 的增加而增大。当 A_s 达到 A_s^* 时，$\Delta\sigma_p$ 达到最大值。当 $A_s > A_s^*$ 时，$\Delta\sigma_p$ 随 A_s 的增加而急剧减小。

根据上述分析，截面的破坏形态依据受拉区普通钢筋的用量 A_s，可以分为如下三种方式：

(1) $A_s > A_s^*$ 时表现为受压区混凝土顶边应变达到极限压应变 0.003 导致结构破坏。但此时由于普通钢筋的用量较大，其应变尚未达到极限拉应变 0.01，甚至可能仍处于弹性工作阶段（A_s 很大时），结构最终破坏时钢筋的变形未能充分发挥，使裂缝开展不宽，裂缝的延伸不充分，结构延性较小。

(2) $A_s < A_s^*$ 时表现为受拉区普通钢筋首先屈服应变迅速增长，并最终达到极限拉应变 0.01，导致结构破坏。但此时受压区混凝土顶边应变尚未达到其极限应变 0.003。即虽然受拉区普通钢筋历经了整个流

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

幅过程，但混凝土的变形未能充分发挥，因此结构的延性依然较小。

（3）$A_s = A_s^*$ 时 随着荷载的增大，拉区普通钢筋首先屈服，但此时主梁并不会立刻破坏。随着荷载的增大，普通钢筋的应变急剧增加，导致受压区混凝土的应变很快加大。当受拉区普通钢筋的应变达到其极限拉应变 0.01 时，受压区混凝土顶边应变达到其极限应变 0.003，主梁也就达到了极限状态，钢筋和混凝土的变形均得到了充分的发展，结构具有最大的延性、极限挠度和最大索应力增量，此时预应力筋的利用效率是最高的。我们把这种配筋称为能使预应力筋发挥最大效率的配筋，简称为效率配筋。

因此，在进行体外预应力混凝土简支梁的截面设计时，受拉普通钢筋的用量应尽量采用效率配筋 A_s^*。此时可充分利用混凝土和普通钢筋的材料性能，提高预应力筋的利用效率，达到最佳的经济效益。同时保证结构在破坏前具有足够的延性，非预应力钢筋达到流限值，混凝土受压边立即进入极限而破坏。

3　效率配筋下截面的极限分析

3.1　效率配筋下的截面变形

图 4 所示截面，设截面变形符合平截面变形假定。定义跨中截面的破坏模式为受压区顶边混凝土和受拉钢筋同时失效，即当截面达到极限状态时，有

$$\varepsilon_T = 0.003, \varepsilon_s = 0.01 \qquad (1)$$

此时对应的受拉区普通钢筋 A_s 为效率配筋，记为 A_s^*。

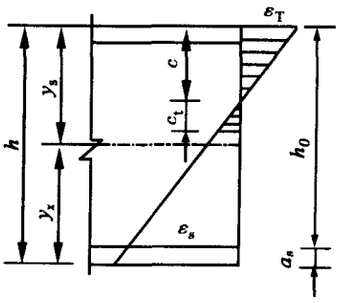


图 4　理想破坏模式

Fig.4　Ideal failure mode

由图 4 直接可得到如下变形参数：

$$\left.\begin{aligned} &\text{变形曲率 } \varphi = \frac{0.003 + 0.01}{h_0} = \frac{0.013}{h_0} \\ &\text{混凝土受压区高度 } c = \frac{0.003}{\varphi} = \frac{3}{13} h_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

距中性轴 y 处的受压区混凝土压应变为

$$\varepsilon(y) = \varphi \cdot y = 0.003 \cdot y/c \qquad (3)$$

受压区普通钢筋 A'_s 应变

$$\varepsilon'_s = \varphi(c - a'_s) = \frac{0.013}{h_0}\left(\frac{3}{13} h_0 - a'_s\right) \qquad (4)$$

混凝土受拉区高度 c_t

$$c_t = \frac{150 \times 10^{-6}}{\varphi} = \frac{h_0}{0.013} \times 150 \times 10^{-6} = \frac{c}{20} \qquad (5)$$

文献［4］从结构抗震所要求的结构延性和充分利用材料的性能出发，规定了无粘结预应力结构的最大配筋率为 $x < 0.25h_0$，认为此时结构具有较大的延性，同时预应力筋的应力也较大。这与公式（2）中的 $c = 3h_0/13 \approx 0.23h_0$ 相接近，说明本文中的效率配筋与文献［4］中的最大配筋是一致的。

3.2　效率配筋下的索应力增量

在确定了跨中截面混凝土受压区高度 c 和截面变形曲率 φ 后，根据跨中截面水平力平衡的条件，可求出索极限应力增量 $\Delta\sigma_p$：

$$N_c + \sigma'_s A'_s - N_t - \sigma_p A_p - \sigma_s A_s = 0 \qquad (6)$$

（1）受压区普通钢筋应力 σ'_s

钢筋应变 ε'_s 由公式（4）给出，其应力可根据钢筋的实际应力 - 应变关系确定。但在极限状态时，受压钢筋一般已达到屈服，因此可认为 $\sigma'_s = f'_{sd}$。

（2）受拉区普通钢筋应力 σ_s

根据定义，在极限状态时受拉钢筋已达到其极限拉应变 $\varepsilon_s = 0.01$，因此其应力 $\sigma_s = f_{sd}$。

（3）受压区混凝土合力 N_c

由公式（2）、（3）、（5）确定受压区混凝土各点的应变后，针对不同的截面形式，可以用迭加法求得混凝土合力[5]。对于某些形状简单的截面，如矩形截面、T 形截面等，可以用积分的方法直接得到计算公式。

现以矩形截面为例，介绍 N_c 的计算方法。

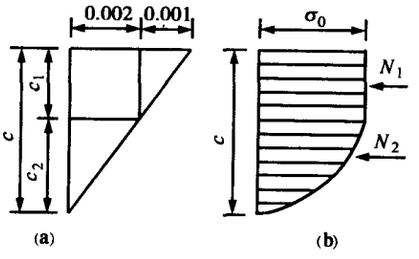


图 5　受压区混凝土合力计算图式

Fig.5　Calculating chart of concrete combined forces in compression zone

图 5（a）、（b）分别为受压区混凝土的应变、应

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

力图，其中混凝土的应力可由 Rüsch 方程确定[7]。当压应变超过 $\varepsilon_0 = 0.002$ 时，混凝土应力保持 σ_0 不变，因此，受压区以 $\varepsilon_0 = 0.002$ 为界分为 c_1、c_2 两部分，且有 $c_1 = c/3$；$c_2 = 2c/3$。

根据公式（3）及 Rüsch 方程，积分可得到受压区混凝土的合力 N_c

$$N_c = N_1 + N_2 = \sigma_0 bc_1 + \frac{4}{9} bc\sigma_0 = \frac{7}{9} bc\sigma_0 \quad (7)$$

（4）受拉区混凝土合力 N_t

本文将混凝土单向受拉下的应力－应变关系简化为线性关系：

$$\sigma = E_c \cdot \varepsilon \quad (8)$$

式中，E_c 为混凝土的原点弹性模量，由中国建筑科学研究院经验公式给出[7]：

$$E_c = 10^5/(2.2 + 33/R)(\text{MPa}) \quad (9)$$

同受压区混凝土合力类似，对于形状复杂的截面，可以用迭加法求混凝土合力。对于矩形截面

$$N_t = 0.201 bc\sigma_0/(R + 15) \quad (10)$$

在求出混凝土和钢筋的内力后，由式（6）得

$$\sigma_p A_p = N_c - N_t + \sigma'_s A'_s - \sigma_s A_s = bc\sigma_0\left(\frac{7}{9} - \frac{0.201}{R + 15}\right) + \sigma'_s A'_s - f_{sd} A_s \quad (11)$$

上式中的第一项反映的是受压区混凝土和受拉区混凝土的合力。在极限状态下，受拉区混凝土内力所占的比例很小，可将第一项括号内的数值用一平均值 0.774578（当 $R = 30 \sim 70$ 时）代替，由此引起的误差小于 1‰。

最后得到效率配筋下体外索的极限应力为

$$\sigma_p A_p = 0.17875 bh_0\sigma_0 + f'_{sd} A'_s - f_{sd} A_s^* \quad (12)$$

3.3 效率配筋下跨中截面抗弯强度

在利用跨中截面水平力平衡的条件求得索极限应力增量 $\Delta\sigma_p$ 后，通过对截面形心取矩，可求得截面的抗弯极限强度 M_u。由图 5（b），得

$$M_u = M_c + M_t + \sigma'_s A'_s(y_s - a'_s) + \sigma_p A_p y_p + \sigma_s A_s(y_x - a_s) \quad (13)$$

对于形状复杂的截面，可以用迭加法求混凝土合力矩 M_c 和 M_t。下面以矩形截面为例，介绍 M_c 和 M_t 的计算方法。

（1）受压区混凝土合力矩 M_c

由图 5，得到受压区混凝土对形心的合力矩 M_c

$$M_c = bc_1\left(y_s - \frac{c_1}{2}\right)\sigma_0 + \sigma_0\int_0^{c_2}\left[\frac{3y}{c} - \left(1.5\,\frac{y}{c}\right)^2\right](y_s - c + y)\mathrm{d}y = \frac{7}{39}\left(\frac{y_s}{h_0} - \frac{17}{182}\right) bh_0^2\sigma_0 \quad (14)$$

（2）受拉区混凝土合力矩 M_t

$$M_t = E_c \cdot b \cdot \int_0^{c_t} \varphi \cdot y \cdot (c + y - y_s)\mathrm{d}y = -\frac{0.0463}{R + 15} \cdot \left(\frac{y_s}{h_0} - \frac{31}{130}\right) \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \sigma_0 \quad (15)$$

由此得截面极限强度为

$$M_u = bh_0^2\sigma_0\left[\left(\frac{7}{39} - \frac{0.046}{R + 15}\right)\frac{y_s}{h_0} - \left(\frac{17}{1014} - \frac{0.011}{R + 15}\right)\right] + \sigma'_s A'_s(y_s - \alpha'_s) + f_{sd} A_s(y - a_s) \quad (16)$$

上式中第一项反映的是受压区混凝土和受拉区混凝土的力矩之和。在极限状态下，受拉区混凝土力矩所占的比例很小，可将第一项括号内 y_s/h_0 的系数用常数 0.17875 代替，括号内右边项用常数 0.01659 代替，简化后的综合误差最大为 1.1‰。

由此得效率配筋下矩形截面梁跨中截面的抗弯强度计算公式

$$M_u = 0.089375\left(\frac{h}{h_0} - 0.18562\right) bh_0^2\sigma_0 + f'_{sd} A'_s(y_s - a'_s) + f_{sd} A_s^*(y_s - a_s) + \sigma_p A_p y_p \quad (17)$$

4 效率配筋下简支梁的极限状态分析

4.1 主梁变形分析

在体外索结构中，索的应力增量是未知的，它与主梁的整体变形有关，若能确定主梁各个截面沿梁长方向的变形规律，并将此变化规律以数学公式表示，那么可以通过沿梁长进行积分来求得索锚固及转向位置的位移，从而得到索的应力增量。

为寻找主梁的变形规律，利用全过程分析方法[5,6]，分别对跨径 6m、10m、14m 的体外预应力混凝土简支梁进行了效率配筋条件下的极限状态分析。主梁为矩形截面，体外索布置为直线单转向方式，分别采用跨中单点加载、三分点加载、均布荷载三种加载方式，考虑梁高、受压区普通钢筋、预应力筋面积及索初始张拉力的变化。每种加载形式包括 20 种不同的计算模型。

4.1.1 跨中单点加载

图 6 为跨中单点加载时，在极限状态下截面变形曲率 φ 及截面形心应变 ε_0 沿梁长的变化情况。在 A 点，所有模型截面底边拉应变均达到 150×10^{-6}，意味着主梁在该位置开始开裂，截面刚度有所降低。在 B 点，所有模型的受拉区普通钢筋拉应变均达到屈服应变 $\varepsilon_s = f_{sd}/E_s$，应力达到设计强度 f_{sd}，说明普通钢筋在

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

该点开始屈服并进入流动状态。在从 B 点到 C 点的梁段内，弯矩逐渐增大，截面变形迅速增加，到 C 点达到了其极限状态(破坏)。

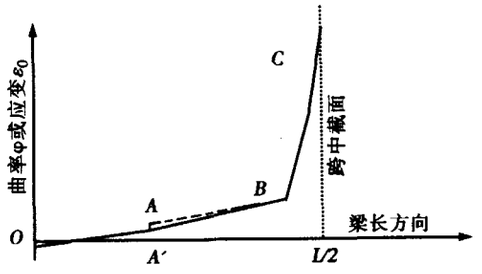


图 6　跨中加载极限状态下
典型曲率 φ 和应变 ε_0 变化曲线

Fig.6　Variation curve of typicl curvature φ and strain ε_0 under mid－span loading

根据以上的分析，主梁的变形由混凝土开裂点(A 点)和受拉普通钢筋屈服点(B 点)分成三段：

(1) OA' 梁段　工作在弹性状态，变形为直线。

(2) AB' 梁段　带裂缝工作段，虽截面开裂导致其刚度降低，但 φ 和 ε_0 仍成直线变化；受拉钢筋应力未达到其屈服应力，仍然工作在弹性状态。

(3) BC 梁段　该段曲线很短(约占跨径的 2.75%)，可足够精确的用原点为 O 点的标准三次抛物线表示：

$$y = a(x - x_b)^3 + y_b, a = \frac{y_c - y_b}{(x_c - x_b)^3} \quad (18)$$

其中，(x_c, y_c)、(x_b, y_b) 为点 C 和点 B 的坐标。

在 A' 点，拉区混凝土开裂，梁的变形表现为由 A' 点突变到 A 点。由于整个 OB 段的变形较小且较平缓，将 A 点和 A' 点合并到 A' 点，由此带来的误差很小。以下分析均采用同样的处理方法。

4.1.2　三分点加载和均布荷载

与跨中单点加载的分析方法类似，对主梁进行三分点加载和均布荷载加载时，在极限状态下，截面变形曲率 φ 及截面形心应变 ε_0 沿梁长的变化同样可以用开裂点 A、屈服点 B 和极限点 C 来分成有限的梁段。图 7、图 8 分别为三分点加载和均布荷载加载时，截面变形曲率 φ 及形心应变 ε_0 沿梁长的变化情况，表 1 描述了各梁段的特点及变形的变化曲线。

以上的分析是针对直线索单转向器的情况。对其它体外索的布置形式，通过分析比较，发现上述变形规律同样成立，此处不再赘述。

4.2　控制截面的变形参数

4.2.1　支点截面

外荷载在支点截面不产生弯矩，该截面处于完全

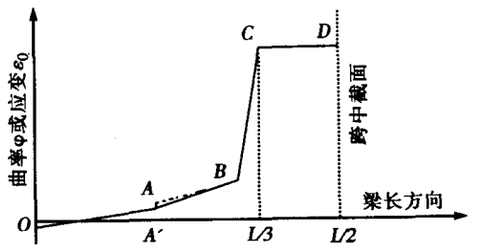


图 7　三分点加载极限状态下
典型曲率 φ 和应变 ε_0 变化曲线

Fig.7　Variation curve of typical carvature φ and strain ε_0 on ultimate limit state under V_3 span loading

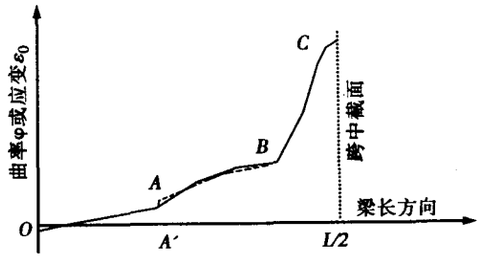


图 8　均布荷载极限状态下
典型曲率 φ 和应变 ε_0 变化曲线

Fig.8　Variation curve of typical carvature φ and strain ε_0 on ultimate limite state under uniform loading

弹性工作状态，截面变形曲率 φ 和形心处的应变 ε_0 可直接由材料力学公式给出：

$$\varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{E_c \cdot h}, \varepsilon_0 = \frac{N_p}{E_c A} \quad (19)$$

式中，σ_1、σ_2 分别为预应力在支点截面的上、下缘产生的正应力。

4.2.2　弹性极限截面 A'(开裂截面)

主梁在 A' 点达到弹性工作状态的极限，故称 A' 点为弹性极限截面，截面底边混凝土的拉应变刚达到极限拉应变 150×10^{-6}，仍处于弹性状态，截面变形曲率 φ 及截面形心处的应变 ε_0 可由材料力学公式求出。

设 A' 点到支点的距离为 x，外荷载 P_u 在该截面产生的弯矩为 $M(x)$，体外索轴力为 N_p，到截面形心距离为 e_p，主梁截面积为 A，抗弯模量为 $W = I/y_s$(截面性质采用包括普通钢筋在内的换算截面)。

截面下缘由外荷载产生的应力 σ_1 和预应力产生的应力 σ_2 为：

$$\sigma_1 = M(x)/W, \sigma_2 = -N_p\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W}\right) \quad (20)$$

在预应力和外荷载共同作用下，截面下缘混凝土拉应变达到其开裂应变 150×10^{-6}，即

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

表 1 各梁段的特点及变形的变化曲线

Table 1 Characteristics of different beam segments and variation curves of deformations

梁段	三分点加载	均布荷载加载
OA′ 梁段	弹性状态，变形为直线。	弹性状态，因弯矩为二次抛物线，截面变形也呈曲线变化。但该段弯矩较小，变形也很小，φ 和 ε_0 的变化可用直线表示。
AB 梁段	带裂缝工作梁段，刚度降低，φ 和 ε_0 仍成直线变化	带裂缝工作梁段，φ 和 ε_0 的变化曲线可简化为顶点在 *B* 且通过 *A* 点的标准二次抛物线：$y = ax^2, a = \frac{\Delta y}{\Delta x^2}, \Delta x = x_b - x_a, \Delta y = y_b - y_a$
BC 梁段	变形呈曲线变化，但长度很短（约 *L*/40），变化剧烈，可用直线表示。	长度约 *L*/5，变化曲线可取为以 *O* 为原点的标准二次抛物线：$y = a(x - x_b)^2 + y_b, a = \frac{y_c - y_b}{(x_c - x_b)^2}$
C 点或 *CD* 梁段	*CD* 段长度为 *L*/6，混凝土顶边应变达到 0.003 或钢筋应变达到 0.01。	*C* 点为极限截面，该截面混凝土顶边应变达到 0.003 或钢筋应变达到 0.01。

$$\sigma = 150 \times 10^{-6} E_c = M(x)/W - N_p\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W}\right) \quad (21)$$

由此得 $$M(x) = 0.00015E_cW + N_p\left(\frac{W}{A} + e_p\right) \quad (22)$$

式中，$M(x)$ 与不同的荷载形式有关，可根据下面的公式由 $M(x)$ 求出荷载 P_u：

1）跨中单点加载：$M(x) = \frac{P_u}{2}x$

2）三分点加载：$M(x) = P_u x$ (23)

3）均布荷载：$M(x) = \frac{P_u}{2}x(L - x)$

联立公式（22）、（23）可求得相应加载方式下弹性极限截面 *A′* 点的位置 x。

4.2.3 屈服截面 *B*

根据钢筋应力－应变关系的理想弹塑性模型，在钢筋屈服时，钢筋应变为 $\varepsilon_s = f_{sd}/E_s$，由此得到 ε_s 与混凝土受压区高度 c、截面变形曲率 φ 之间的关系（见图 4）：

$$\begin{cases} c = \dfrac{\varepsilon_T}{f_{sd}/E_s + \varepsilon_T}h_0 \Rightarrow \varepsilon_T = \dfrac{f_{sd}}{E_s} \cdot \dfrac{c}{h_0 - c} \\ \varphi = \dfrac{f_{sd}/E_s + \varepsilon_T}{h_0} \Rightarrow \varphi = \dfrac{f_{sd}}{E_s(h_0 - c)} \end{cases} \quad (24)$$

同时有

$$\varphi \cdot c_t = 0.00015 \quad (25)$$

由公式（24）、（25），并根据 Rüsch 方程进行积分，得到矩形截面中，屈服截面混凝土受压区、受拉区的合力、合力矩如下

$$\left.\begin{aligned} N_c &= \frac{\sigma_0 b\varepsilon_s}{0.002} \cdot \frac{c^2}{h_0 - c} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_s}{0.006} \cdot \frac{c}{h_0 - c}\right) \\ M_c &= \frac{250}{3} \cdot \frac{\sigma_0 b\varepsilon_s c^2}{h_0 - c}\left[-\frac{250\varepsilon_s c}{h_0 - c}(2h - c) + (3h - 2c)\right] \\ N_t &= \frac{0.00015^2}{2}E_c \cdot b \cdot \frac{h_0 - c}{\varepsilon_s} \\ M_t &= \frac{0.00015^2}{2}E_c b \frac{h_0 - c}{\varepsilon_s}\left[c + \frac{0.0001}{\varepsilon_s}(h_0 - c) - y_s\right] \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

由公式（26）看出，该截面只有一个独立未知量 c，若已知索内应力 σ_p，则根据截面内力平衡方程（6），可求出混凝土受压区高度 c，从而确定该截面的变形参数。

4.2.4 极限截面 *C*

极限截面是指混凝土受压区顶边应变达到 0.003，同时受拉钢筋的应变达到 0.01 的截面，此时结构已达到极限状态。跨中单点加载的 *C* 点、三分点加载的 *CD* 段、均布荷载的 *C* 点均属于这种状态。很明显，在极限截面上，有

$$\varphi = \frac{0.013}{h_0}, c = \frac{3}{13}h_0, \varepsilon_0 = 0.0065\frac{h}{h_0} - 0.003 \quad (27)$$

以上的分析是针对直线索单转向装置的情况。对其它体外索的布置形式，通过分析比较，发现上述控制截面的变形计算方法同样成立，不再赘述。

5 效率配筋的计算

在截面配筋为效率配筋 A_s^* 的情况下，破坏截面 *C* 的截面变形参数及位置可直接求出。在确定支点截面 *O*、开裂截面 *A* 和屈服截面 *B* 的截面变形时，用到了索应力 N_p 和极限荷载 P_u，这两个值都与 A_s^* 有关，所以从理论上说，未知数只有一个 A_s^*，是可以求解的。但由于在求索应力增量时引入了几何非线性因素，不易直接求解，可采用如下的迭代法进行分析。

（1）假设一个效率配筋 A_{s1}^*；

（2）由公式（12）求预应力筋的总应力 $\sigma_p^{(1)}$；由公式（17）求截面极限弯矩 M_u，根据不同的加载方式，由式（23）求出极限荷载 P_u；

（3）由公式（19）求支点截面的变形；由公式（21）、（22）求弹性极限截面的变形和位置，由公式（24）～（26）求屈服截面的变形和位置，由公式（27）求极限截面的变形，由此可确定截面变形沿梁长变化曲线的具体形式；

（4）根据主梁变形沿梁长的变化规律，求出锚固点及转向点的转角、竖向位移和轴向位移，根据不同

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

转向装置布置形式，采用距离法计算出体外索的应变 $\Delta\varepsilon_p$，从而求出其应力增量 $\Delta\sigma_p$ 和索内总应力 $\sigma_p^{(2)}$。

(5) 将 $\sigma_p^{(2)}$ 值代入公式 (12) 反求 A_{s2}^*。

(6) 比较 A_{s1}^* 和 A_{s2}^*，若两者满足精度要求则停止迭代，否则重复步骤 1～5。

[例] 带有跨中单转向装置矩形截面梁的设计

跨径 $L=6$m 矩形截面梁，截面尺寸为 $b\times h=0.3\text{m}\times0.4\text{m}$，混凝土强度 $f'_c=35$MPa；压区普通钢筋 $A'_s=500\text{mm}^2$，$f'_{sd}=240$MPa，$\alpha'_s=0.03$m；拉区普通钢筋 $f_{sd}=340$MPa，$\alpha_s=0.03$m；预应力筋 $A_p=700\text{mm}^2$，$E_p=1.9\times10^5$MPa，$\alpha_p=0.1$m，$f_{pd}=1860$MPa，初始张拉力 $\sigma_{p0}=500$MPa，其长度 $L_p=6.4$m，采用直线布置。求截面受拉钢筋 A_s。

(1) 假设效率配筋 $A_s^*=900\text{mm}^2$；

(2) 利用公式 (12)，求 σ_p：

$$\sigma_pA_p=0.17875\times0.3\times0.37\times35\times0.85\times1000+240\times0.5-340\times0.9=404.28\ (\text{kN})$$

$$\Delta\sigma p=404.28/0.7-500=77.54\ (\text{MPa})$$

利用公式 (17) 求极限弯矩 M_u：

$$M_u=89.375\left(\frac{0.4}{0.37}-0.18562\right)\times0.3\times0.37^2\times35\times0.85+240\times0.5\left(\frac{0.4}{2}-0.03\right)+340\times0.9\times\left(\frac{0.4}{2}-0.03\right)+404.28\times0.1=210.63(\text{kN}\cdot\text{m})$$

假定为均布荷载，则极限荷载 P_u

$$P_u=8\times210.63/6^2=46.81\ (\text{kN/m})$$

(3) 求控制截面的变形并确定变形曲线形状

由公式(21)～(29)求得的控制截面的变形参数汇总于下表，由此可确定各段变形曲线的具体形式。

表 2

Table 2

截面	φ (rad)	ε_0	位置 x (m)
支点截面	-0.0007584	-0.0001011	0.00000
开裂截面	0.0012556	-0.0001011	0.89937
屈服截面	0.0076805	0.0003950	2.34108
破坏截面	0.0351351	0.0040270	3.00000

(4) 求锚固和转向处主梁变形及索应力增量 $\Delta\sigma_p$

由变形规律求得的锚固和转向位置主梁的变形为 $u_C=0.001257$m；$\theta_A=-0.01928$rad；$f_C=0.04483$m；由此求得索应力增量 $\Delta\sigma p$ 为

$$\Delta\sigma_p=\Delta L_pE_p/L_p=0.007039\times1.9\times10^5/6.4=208.97\ (\text{MPa})$$

(5) 代入公式 (12) 反求 $A_s^*=629\text{mm}^2$

求得的 A_s^* 与假设值 900mm^2 相差较大，重新假设 $A_s^*=650\text{mm}^2$，重复 2～4 步骤，得

1) $\Delta\sigma_p=198.97$MPa，$M_u=204.68\text{kN}\cdot\text{m}$；$P_u=45.49\text{kN/m}$；

2) $u_C=0.001162$m；$\theta_A=-0.01830$rad；

$f_C=0.04370$m，$\Delta L_p=0.006619$m；

3) $\Delta\sigma_p=0.006619\times1.9\times10^5/6.4=196.51$ (MPa)

代入式 (12) 得 $A_s^*=655.1\text{mm}^2$，与假设值差别很小 (0.8%)，根据主梁变形求得的索应力增量 (196.51MPa) 和根据截面破坏求得的索应力增量 (198.97MPa) 相差较小 (总应力相差 0.4%)，说明假设正确，此时体外索具有最大的极限应力增量，并且主梁具有最大的极限挠度。

6 结　论

1. 在分析了受拉区普通钢筋对体外预应力混凝土简支梁性能的影响的基础上，从充分利用混凝土和预应力筋的强度及提供足够的截面延性出发，提出了效率配筋的概念，明确了普通钢筋在体外索结构中的作用和截面的破坏机理。

2. 通过对截面的极限变形分析，推导出了在效率配筋下，体外索极限应力、截面极限强度的计算公式。

3. 通过对截面变形沿梁长变化的分析，找出了截面变形的变化规律，给出了控制截面的位置及变形参数，从而确定了沿梁长方向的截面变形规律。通过简单的迭代计算，求解不同转向方式和加载形式下的效率配筋、索极限应力、极限挠度及极限强度。

参 考 文 献

[1] 杜进生. 赖国麟. 无粘结部分预应力混凝土受弯构件正截面抗弯强度计算方法的研究 [J]. 桥梁建设. 1997, 92 (3): 13～17

[2] 牛斌. 体外预应力混凝土梁极限状态分析 [J]. 土木工程学报, 2000, 33 (3): 7～15

[3] 杜拱辰. 现代预应力混凝土结构 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986, 199～231

[4] 陶学康. 无粘结预应力混凝土设计与施工 [M]. 地震出版社, 1993, 42～89

[5] 王宗林. 体外预应力混凝土桥梁结构极限状态分析 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2001.6

[6] 王宗林. 体外预应力混凝土简支梁的极限强度分析 [J]. 哈尔滨建筑大学学报. 2001, 34 (2): 114～118

[7] 王传志, 滕智明. 钢筋混凝土结构理论 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985, 36～105

(下转第 19 页)

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

指标相配合，才能用于工程设计。有关考虑累积耗能的允许变形指标有待进一步的研究。

参 考 文 献

[1] Bertero V V, Uang C - M. Issues and future directions in the use of an energy approach for seismic - resistant design of structures [A]. In Nonlinear seismic analysis and design of reinforced concrete buildings [M]. P.Fajfar and H.Krawinkler (Eds), Elsevier Applied Science, London, 1992, 95 ～ 104

[2] Housner G W. Limit design of structures to resist earthquake [A]. Proceeding of First World Conference on Earthquake Engineering [C]. Berkeley, CA, 1956, 5 - 1 ～ 5 - 11

[3] 秋山宏. Earthquake - Resistant Limit - State Design for Building [R]. University of Tokyo Press, 1985

[4] McKevitt W E, et al. Hysteretic Energy Spectra in Seismic Design [A]. Proceeding of Seventh World Conference on Earthquake Engineering [C]. Vol.7, structural Aspects, part4, 487 ～ 494

[5] Chung - Che Chou and Chia - Ming Uang. Establishing absorbed energy spectra - an attenuation approach [J]. Earthquake Engineering and Structure Dynamics, 2000, 29: 2000, 1441 ～ 1455

[6] Ye LP S.Otani, Maximum Seismic Displacement of Inelastic Systems Based on Energy Concept [J]. Earthquake Engineering and Structure Dynamics, 1999 (6): 1483 ～ 1499

[7] Veletsos A S, Newmark N M. Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple System to Earthquake Motion [A]. Proceedings, 2nd World Conference on Earthquake Engineering [C]. 1960: 895 ～ 912

[8] 叶列平等. 等往复振动能量准则及其在结构抗震与减震设计中的应用 [A]. 第五届中日建筑结构技术学术交流会论文集 [C], 中国西安, 2001, 515 ～ 522

[9] 高小旺, 地震作用下多层剪切型结构弹塑性位移反应的实用计算方法 [J]. 土木工程学报, 1984, 17 (3): 79 ～ 87

[10] 陈光华. 地震作用下多层剪切型结构弹塑性位移反应的简化计算 [J]. 建筑结构学报, 1984, (8): 45 ～ 57

[11] 何广乾. 论地震作用下多层剪切型结构的弹塑性变形计算 [J]. 土木工程学报, 1982, 15 (3): 10 ～ 19

[12] 田志昌等. 集中耗能结构理论及实验研究 [R]. 结构工程与振动研究报告集④, 清华大学出版社, 1999.9

[13] 经杰等. 基于能量概念的剪切型多自由度体系弹塑性位移反应分析 [A]. 第八届高层建筑技术交流会论文集 [C], 中国南宁, 2001, 63 ～ 70

[14] André Filiatrault, et al. On the computation of seismic energy in inelastic structures [J]. Engineering Structure, 1994, 16 (6): 425 ～ 436

[15] CANNY CONSULTANTS PTE LTD. USERS' MANUAL, October, 1996

经　杰　工学博士，研究方向：结构工程，防灾减灾及防护工程，清华大学建筑设计研究院工程师，从事结构设计分析及咨询工作。通讯地址：100084　北京市清华大学建筑设计研究院

叶列平　教授，博士生导师，研究方向：结构工程，防灾减灾及防护工程。

钱稼茹　教授，博士生导师，研究方向：结构工程，防灾减灾及防护工程。

（上接第 7 页）

王宗林　工学博士，副教授。从事桥梁结构的科研、设计工作，发表论文 20 余篇。对预弯预应力梁全时程时效分析理论、体外预应力结构、既有结构的评估与加固、结构振动控制等有较深入的研究。通讯地址：150090　哈尔滨市南岗区海河路 202 号，哈尔滨工业大学二校区 2524 信箱

张树仁　教授，博士生导师，从事桥梁结构的科研和设计工作。

王潮海　工学硕士，教授级高级工程师，从事道路、桥梁的科研、设计、施工、管理等工作。

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.