# 体外预应力混凝土简支梁的抗弯受力性能研究和非线性分析

奉龙成　杨家玉　伍　波
(重庆交通科研设计院　重庆 400067)

**摘　要**　通过对 6 片体外预应力混凝土简支梁的试验,分析非预应力筋的配筋率对结构受力性能的影响,同时建立体外预应力混凝土简支梁的几何非线性与材料非线性的耦合分析的有限元计算方法,并利用按该方法所编的非线性程序对 6 根体外预应力简支梁进行了非线性分析,结果表明该方法是相当精确的。

**关键词**　体外预应力　非线性　更改拉格朗日列式　极限承载力

**Abstract**　Through tests on six simple supported concrete beams with external prestress, the influence of reinforcement ratio of nonprestressed reinforcement on bearing capacity of structure is analyzed, a finite element calculation method for coupling analysis of geometric non - linearity and material non - linearity of simple supported beam with external prestress is established. A nonlinear analysis is carried out on the six simple supported beams with external prestress by using the nonlinear program worked out from the finite element calculation method mentioned above. Results show that the method is very accurate.

**Key words**　external prestress　nonlinearity　modification of Lagrange array formulas　limit bearing capacity

随着力筋的各种防腐措施渐趋完善,力筋的严密防腐已不十分困难,结构的安全性和耐久性得到保证,体外预应力混凝土桥梁得到了较大规模的发展,几乎在世界各地形成了一种发展趋势。体外预应力作为后张预应力体系的重要分支之一,在工程建筑中得到广泛的应用,并成为旧桥加固最积极有效的方法之一,近年来正在成为预应力技术研究的热门课题。并利用体外预应力技术修建了各种各样

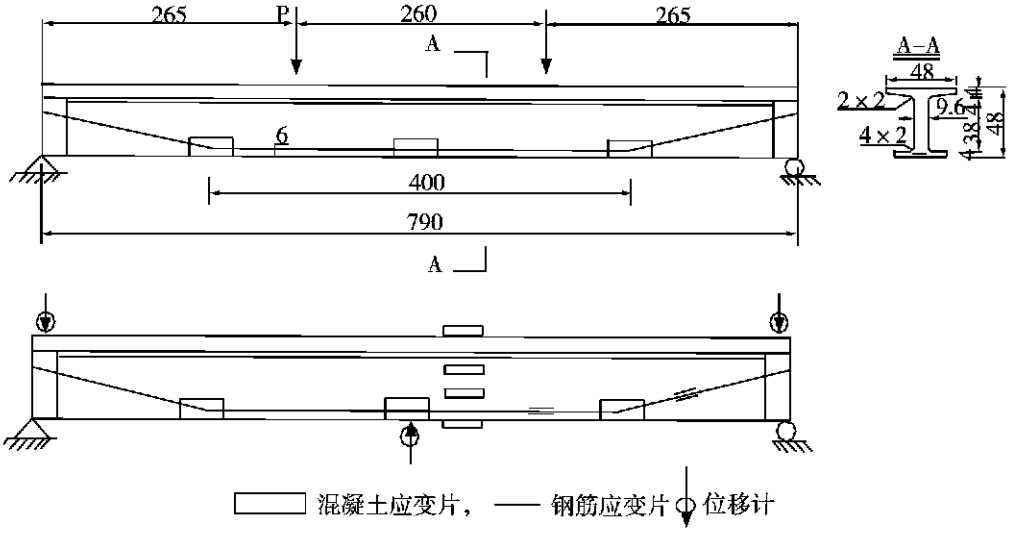



图 1　体外预应力试验梁装置图

**收稿日期**:2002 - 11 - 07
**作者简介**:奉龙成(1973 - ),男,湖南省永州人,工学硕士,助研.

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

结构形式的桥梁,按构造形式分类有[1]:

(1) 节段预制的 PC 桥;

(2) 采用波形钢板或桁加构件作腹板的组合式 PC 桥梁;

(3) 板带桥;

(4) 其它 PC 桥等。

## 1　试验简介

本次试验根据初步设计的 40 m 体外预应力箱形简支梁为原型梁,按相似比 1∶4 设计模型梁。设计了两组抗弯试验梁,在每一组中,3 片试验梁配置不同的体内非预应力筋面积,施加相同的体外预应力。两组抗弯试验梁之中,一组中 3 片梁的非预应力筋的配筋率与另一组之中 3 片梁的对应相等。试验梁主要考虑非预应力筋配筋率的不同对其受力性能的影响。试件尺寸及测试如图所示。截面配筋情况见表 1,材料参数见表 2。

表 1　试验梁和原型梁跨中截面的设计参数对比

| 试验梁 / 配筋情况 | A1(A11) | A2 | A3 | B1 | B2 | B3 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 普通钢筋数量(面积) $A_g$ ($m^2$) | $1.02\times10^{-3}$ | $7.85\times10^{-3}$ | $3.52\times10^{-3}$ | $1.02\times10^{-3}$ | $7.85\times10^{-3}$ | $3.52\times10^{-3}$ |
| 预应力钢筋数量(面积) $A_y$ ($m^2$) | $2.8\times10^{-4}$ (两束钢绞线) | $2.8\times10^{-4}$ | $2.8\times10^{-4}$ | $2.8\times10^{-4}$ (两束钢绞线) | $2.8\times10^{-4}$ | $2.8\times10^{-4}$ |
| 普通钢筋配筋率 | 2.3% | 1.8% | 0.8% | 2.3% | 1.8% | 0.8% |
| 预应力筋配筋率 | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% |
| 作用在纯弯段的有效预应力作用(KN) | 127 | 127 | 127 | 220 | 220 | 220 |
| $h_g$ (m) | 0.454 | 0.454 | 0.454 | 0.454 | 0.454 | 0.454 |
| $h_y$ (m) | 0.415 | 0.415 | 0.415 | 0.415 | 0.415 | 0.415 |

表 2　试验梁的材料实测参数

| 试验参数 / 试验梁 | | A1 | A2 | A3 | B1 | B2 | B3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 混凝土 | R | 47 | 47.6 | 43.4 | 44 | 45 | 37.2 |
| | $R_1$ | 2.6 | 2.6 | 2.6 | 2.6 | 2.6 | 2.6 |
| | $E_h$ | $2.76\times10^4$ | $2.76\times10^4$ | $2.76\times10^4$ | $2.76\times10^4$ | $2.76\times10^4$ | $2.76\times10^4$ |
| 普通钢筋 | 屈服强度 $R_y$ | 386 | 424.4 | 285.1 | 386 | 424.4 | 285.1 |
| | 极限强度 $R_g^j$ | 489.2 | 494.2 | 477.4 | 489.2 | 494.2 | 477.4 |

## 2　试验结果分析

试验结果发现,荷载挠度关系曲线有明显 3 个阶段:线弹性阶段、开裂阶段、塑性阶段。由于条件限制,塑性阶段未测出。6 根梁的裂缝首先集中在跨中两加载点之间,裂缝分布均匀,加载到一定的值,在加载点下面出现斜裂缝,随着荷载增加,体内非预应力筋开始屈服,在梁体跨中出现一条主裂缝,此裂缝迅速开展,结构不能再抵抗荷载增量,梁体发生受弯破坏。斜向预应力筋的应力增量远小于水平预应力筋的应力增量。极限荷载与开裂荷载的比值,A1 梁和 A3 梁分别是 2.71、1.29、B1 梁、B2 梁和 B3 梁分别是 2.75、2.31、1.88,说明只要体外预应力混凝土结构有适当的非预应力筋配筋率(建议大于 1%),结构将具有较好的延性。

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd.  All rights reserved.

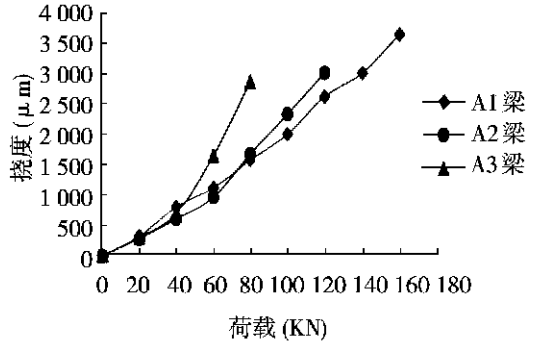



图 2 A 组试验梁荷载 – 挠度曲线图

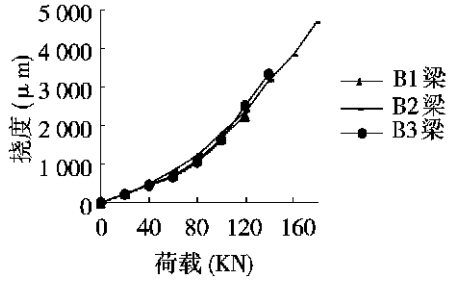



图 3 B 组试验梁荷载 – 挠度曲线图

图 2 和图 3 分别给出 A 组和 B 组梁的荷载挠度曲线比较图,可以看到预应力作用和预应力筋面积相同的试验梁,虽然非预应力筋的配筋率不同,但是开裂荷载几乎一样,在开裂之前,结构刚度相同,然而开裂后,结构的刚度跟非预应力筋的配筋率有关,随配筋率的增加而增加,延性也相应增加;另外,从图 3 可以看到如果预应力的作用加大,开裂前后结构的刚度受非预应力筋的配筋率的影响减小,而且开裂前后刚度的变化减小。图 4、图 5 和图 6 分别给出两组试验梁中相对应的非预应力筋的配筋率和体外预应力筋配筋率相同,施加不同的有效预应力作用的试验梁的荷载 - 挠度关系曲线比较图,从图中可看到非预应力筋配筋率相同的情况下,如果预应力作用越大,结构的开裂荷载越大,延性也有所增加;开裂后的刚度越大,且随着非预应力筋配筋率的减小,更加明显。

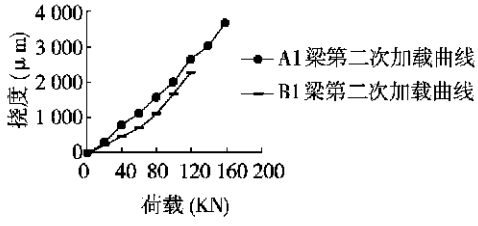



图 4 A1 与 B1 试验梁荷载 – 挠度曲线的比较图

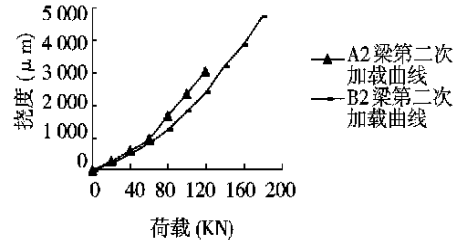



图 5 A2 与 B2 试验梁荷载 – 挠度曲线的比较图

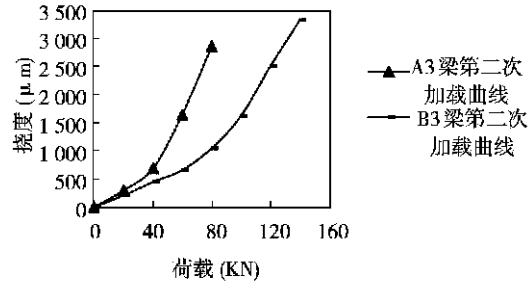



图 6 A3 与 B3 试验梁荷载 – 挠度曲线的比较图

## 3 体外预应力结构的几何非线性和材料非线性耦合分析

### 3.1 几何非线性分析

几何非线性采用 UL 列式法,单元的变形行为的描述建立在 3 个位形的基础上,3 个位形分别表示为 $C_0$(初始位形)、$C_1$(要求解的位形上一次位形即参考位形)和 $C_2$(要求解的位形)。

求解步骤:

(1) 建立在参考位形基础上的平衡方程:

$$\{{}_1^2 f\} = [k]\{u\} + \{{}_1^1 f\} \qquad (1)$$

式中 $[k]$ ——单元切线刚度矩阵 $[k] = [k_e] + [k_g]$;

$\{{}_1^2 f\}$、$\{{}_1^1 f\}$ ——分别为位形 $C_2$ 和 $C_1$ 建立在参考位形基础上的单元荷载列阵。

(2) 建立在参考位形 $C_2$ 基础上的结构抗力[2]

$$\left\langle {}_2^2 f \right\rangle = \left\langle {}_1^1 f \right\rangle + [k]\{u_n\} \qquad (2)$$

式中 $\left\langle {}_2^2 f \right\rangle$ ——位形 $C_2$ 建立在参考位形 $C_2$ 基础上的单元荷载列阵;

$\{u_n\}$ ——纯变形。

迭代方法常用的有增量法、Newston - Raphson Method(N - R)、Modified Newston - Raphson Method(mN - R),以及将 N - R 法或 mN - R 法与增量法结合使用。笔者所写的程序平衡迭代采用将 N - R 法与增量法结合使用。

### 3.2 材料非线性

(1) 基本假设

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

对于梁单元,采用分层梁的计算模式,先将截面分成 m 等份,设第 j 分块的面积和其形心到整个截面的几何中心的距离分别为 $a_j$ 和 $d_j$,上下底钢筋截面的面积分别为 $a_{s1}$ 和 $a_{s2}$,它们的中心到整个截面的几何中心的距离分别为 $h_{a1}$ 和 $h_{a2}$。

为了分析简化,作如下基本假设:

①梁单元长度足够短,对每一层,其应变均匀分布,近似等于该层平均应变;

②体外预应力梁在预应力的作用下,可以看成小偏心受压构件,因而忽略梁单元中性轴的位置变化(其实中性轴位置是变化的,但是为了简化分析、直接利用几何非线性 UL 列式法的刚度矩阵和忽略由于梁单元中性轴的位置变化引起梁单元的坐标变化);

③为简化计算,不考虑钢筋的滞回效应,不考虑混凝土拉应力作用;

④忽略剪应力和剪应变的影响;

⑤截面混凝土的应力应变关系曲线还是服从单轴轴压关系曲线;混凝土的应力应变关系采用三次曲线[4]:

$$\sigma(\varepsilon) = a_0 + a_1\varepsilon + a_2\varepsilon^2 + a_3\varepsilon^3 \qquad (3)$$

式中,$a_0 = 0$,$a_1 = E_0$,$a_2 = 3f'_c/\varepsilon_{co} - 2E_0/\varepsilon_{co}$,$a_3 = E_0/\varepsilon_{co}^2 - 2f'_c/\varepsilon_{co}^3$,$\varepsilon_{co}$ 为混凝土的极限应变,$\varepsilon_{co} = 0.0035$,$E_0$ 为混凝土的初始弹性模量,$f'_c$ 为极限抗压强度。

(2) 材料非线性分析步骤

假设截面几何中心的应变和曲率为:$\varepsilon_i$,$x_i$,则由混凝土和钢筋的应力应变关系和基本假设可得到内力平衡方程[5]

$$\left.\begin{aligned} N_e &= N(\varepsilon_i, x_i) \\ M_e &= M(\varepsilon_i, x_i) \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

对于给定的 M,N,求出满足内力平衡条件的 $\varepsilon_i$ 和 $x_i$,就相当于求解二元非线性方程组。通过牛顿 - 拉斐逊迭代法求出一定内力 N,M 作用下的 $\varepsilon_i$ 和 $x_i$ 的值后,如果将等效模量 E 取为 $E_0$,则可以得到等效面积 A,等效惯性矩 I。直接将等效面积 A 和等效惯性矩 I 带入几何非线性 UL 列式法的刚度矩阵[k]中,就可以实现由考虑梁单元截面的等效刚度的变化计入材料非线性。

## 4　试验梁的计算单元模型的建立

如图 7 将体外预应力简支结构划为 15 个单元,预应力筋作为带初始应力的杆单元,混凝土梁划分为 6 个梁单元,①、④、Ⅳ、Ⅷ、Ⅻ为刚臂单元,由于时间紧张在此程序中未设置刚臂,用刚度比混凝土梁单元大 100 倍梁单元代替。预应力筋在转向块和锚固点处与混凝土梁的联结作铰接处理。

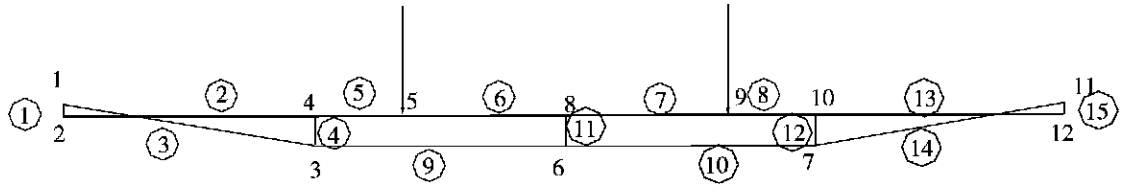



图 7　试验梁单元划分图

## 5　分析结果与试验结果比较

### 5.1　挠度分析

(1) 几何非线性

以 A1梁为计算原型,不计混凝土梁刚度减小,考察试验梁的线弹性的挠度,以及在对混凝土梁施加不同的预应力作用下的几何非线性的挠度。计算结果见表 3。

从表 3 的计算结果可以看出,体外预应力试验梁在使用荷载作用下几何非线性的影响很小,还可

表 3　在外加荷载为 90 KN 时混凝土梁跨中挠度 (单位:μm)

| 作用荷载 | 线弹性计算的跨中挠度 | 对预应力筋施加的预应力为 0 几何非线性计算的跨中挠度 | 对预应力筋施加 150 KN 的预应力作用几何非线性计算的跨中挠度 | | 对预应力筋施加 300 KN 的预应力作用几何非线性计算的跨中挠度 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 有中间导向块 | 无中间导向块 | 有中间导向块 | 无中间导向块 |
| 使用荷载 2P = 90 KN | 12.762 | 12.764 | 12.772 | 12.804 | 12.779 | 12.832 |

注:当预应力作用为 150 KN,在有限元计算时,是采用在杆单元 3、14 上预加 140 KN,在杆单元 9、10 上预加 126 KN;
当预应力作用为 300 KN,在有限元计算时,是采用在杆单元 3、14 上预加 250 KN,在杆单元 9、10 上预加 220 KN。

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd.  All rights reserved.

以看出施加不同的预应力作用由于几何非线性的影响结构的刚度略有降低,但是影响非常小。由此看来,在使用荷载范围内,由于预应力筋的偏心距的减小和预应力作用引起的结构的几何非线性影响非常小,在进行结构的一般力学分析中可以不予考虑。

(2) 几何非线性与材料非线性耦合分析

图 8 给出 6 片试验梁的程序计算结果与试验结果的挠度荷载曲线的比较情况,可以看到非线性的计算曲线很好地模拟了混凝土梁体刚度随着荷载的增加而变化,结构受力行为从线弹阶段到稳定开裂段最后到屈服阶段的全过程。除 A3 梁的吻合程度较差外,其余的 5 片梁的计算曲线很好地模拟了试验结果,A3 梁的计算结果与试验结果的挠度荷载曲线吻合程度较差,主要是因为混凝土的预应力作用较小,加之有粘结的普通钢筋的配置较小,其中性轴位置变化较大与假设中性轴位置不变有较大的差别,另外材料本构关系的选取与实际存在一定的差别,所以计算结果与试验值有一定的误差。

### 6.2 体外预应力简支梁的极限承载力

从表 3、4 中,可以看到由程序计算的体外预应力简支梁的极限承载力与试验结果的相对误差都在 0.1 以下,说明非线性程度所分析计算出的体外预应力简支梁的极限承载力是相当精确的。

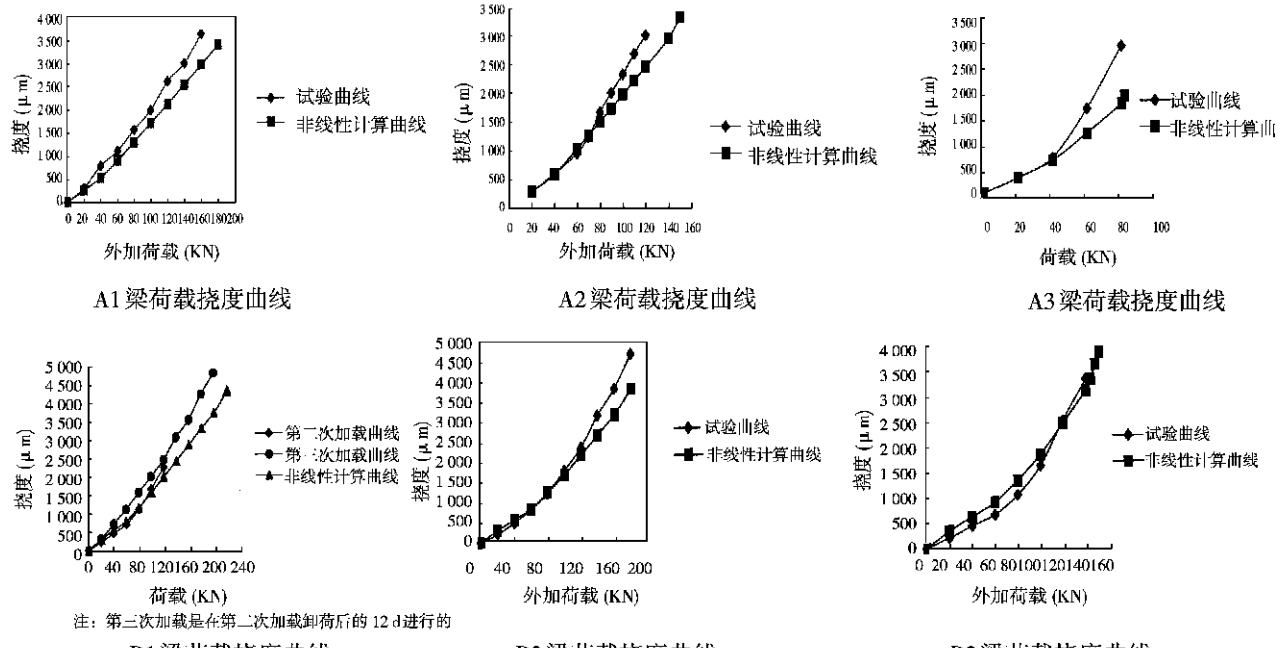



图 8 试验梁的非线性分析的与试验的荷载 – 挠度曲线的比较图

表 4 A 组试验梁受弯强度的试验和计算结果

| 试验梁 / 试验或分析结果 | A1 | | A2 | | A3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 试验结果 | 非线性分析结果 | 试验结果 | 非线性分析结果 | 试验结果 | 非线性分析结果 |
| 破坏加载值 2P(KN) | 190 | 190 | - | 150 | 90 | 82 |
| 非线性计算结果误差 | 0.0 | | | | 0.089 | |

表 5 B 组试验梁受弯强度的试验和计算结果

| 试验梁 / 试验或分析结果 | A1 | | A2 | | A3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 试验结果 | 非线性分析结果 | 试验结果 | 非线性分析结果 | 试验结果 | 非线性分析结果 |
| 破坏加载值 2P(KN) | 220 | 221 | 185 | 179 | 150 | 152 |
| 非线性计算结果误差 | 0.005 | | 0.032 | | 0.013 | |

注:由于自重的影响较小,试验结果和非线性计算结果都没有计入梁体自重。

(下转第 95 页)

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

### 2.3 其它扬尘控制

公路扬尘源还有燃煤排放、生活扬尘、悬浮物和其它废物。对汽车尾气的处理,还有赖于汽车工业的发展,尽量提高油料燃烧率,减少尾气有害成分的含量。生活垃圾应有专人收集,集中堆放,并定期清理运走。施工期间使用的粉状材料应用专用库房堆放,使用时尽量减少悬浮物飘散。

## 3 加强管理

公路建设单位和城管部门对公路扬尘的标准和措施应制定相关的条款,并作相应的宣传,提高有关人员的环保意识,施工季节和干旱时及时发布旱季防尘等文件,加强公路扬尘的管理。

## 4 立法监督

要使以上措施得以实现,必须用法律来保证。政府应制定相应的、详细的法律条文,并由环境检查部门监督执行。特别是施工现场、施工车辆的灰尘绝对不允许扩散,并设立施工单位环境保护资格证制度,提高施工单位的环保意识。

## 5 结语

灰尘不但污染环境,还有损人的身体健康。洁净清新的生活环境是人们共同的追求,灰尘弥漫是人人厌恶的。要消灭扬尘,当然需要很大的投入。不过在资金有限的情况下,也可做些投入不多成效不小的工作,比如规定施工车辆清洁上路,土地植被,车辆清洁等。目前,我国的公路建设也越来越重视环境保护。随着我国综合国力的加强,一定会拉近与发达国家的差距,让灰尘销声匿迹,让天空清新明亮,让人们生活的更美好。

## 参 考 文 献


1 刘东旭. 澳大利亚的公路工程环境保护. 国外公路,2001(2)

2 杨弼亮. 瑞士的公路建设与环境保护. 云南交通科技,1996(4)

3 徐阳. 国外公路管理和养护新技术. 国外公路,1998(5)

4 大气环境质量标准(GB3095 - 82[s])

5 国家环保局. 建筑项目环境保护管理办法[s]. 1986


(上接第 46 页)

## 6 结语

从试验分析中,可以看到体外预应力结构在混凝土梁开裂后的刚度跟非预应力筋的配筋率有关,随配筋率的增加而增加,延性也相应增加;另外可看到在非预应力筋配筋率相同的情况下,如果预应力作用越大,开裂后的刚度越大,且随着非预应力筋配筋率的减小,更加明显。用本文建立的几何非线性与材料非线性耦合分析方法对试验梁分析,发现在一般使用荷载作用下,由于预应力筋的偏心距的减小和预应力作用引起的结构的几何非线性影响非常小,分析结果也与试验结果很吻合。

## 参 考 文 献


1 易圣涛,黄凡. 日本体外预应力索桥梁应用现状. 公路交通技术. 2000(1)

2 Y. B. Yang. Nonliear theory & analysis of frame structure. Simon&Schuster(Asian) Pte. ltd,1994

3 肖汝诚. 确定大跨径桥梁结构合理设计状态的理论与方法研究. 同济大学博士论文. 1996

4 李国豪,等. 桥梁结构稳定与振动. 北京:中国铁道出版社,1992

5 奉龙成. 大跨径钢筋混凝土拱桥受力行为的几何与材料非线性耦合分析. 公路交通技术,2000(3)

6 潘家英,张国正,等. 大跨径桥梁极限承载力的几何与材料非经性耦合分析. 土木工程学报,2000(1)

7 陈克济. 钢筋混凝土拱桥面内承载力的非线性分析. 桥梁建设. 1983(1)

8 孙海,黄顶业,等. 体外预应力简支梁受力性能研究与非线性分析. 土木工程学报,2000(4)

9 林成森. 数值计算方法. 北京:科学出版社,1999(4)


© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.