体外预应力混凝土简支梁正截面极限承载力

黄恒卫[1]　张耀庭[1]　邱继生[1]

(1. 华中科技大学　土木工程与力学学院, 湖北　武汉　430074)

摘　要: 体外预应力混凝土简支梁的体外索的极限应力取决于整个构件的变形, 影响因素包括体内配筋、体外索的形状及转向块的设置等. 推导考虑如此多因素的计算公式很困难, 因此从构件的整体变形入手, 推导出了以构件的挠度和梁端转角为主要参数的公式. 经过大量的试验数据证明, 该方法是可靠的, 比较简单的.

关键词: 体外预应力;　简支梁;　体外索;　应力增量;　极限应力;　正截面极限承载力

中图分类号: TU 755. 4　**文献标识码**: A　**文章编号**: 1000-5730(2003)01-20-68-204

体外预应力是后张预应力体系的重要分支之一[1]. 在美国、法国、德国和日本等国家, 体外预应力技术被广泛地应用于预应力混凝土桥梁. 而在我国体外预应力才刚刚起步, 对体外预应力结构研究工作的开展相对较少, 包括我国在内各类规范中尚无体外预应力混凝土梁计算的建议方法. 因此从结构的整体变形入手, 推导出以构件的挠度、梁端转角为主要参数的计算体外预应力混凝土简支梁体外索极限应力的计算公式.

1　体外索应力增量的计算

体外索应力增量取决于体外预应力混凝土简支梁的整体变形. 因此, 需要从转向块的设置和体外索的形状研究梁整体变形和体外索变形之间的关系. 研究过程中采用如下假设.

a. 体外索的应力在每一直线段内可以认为各处相同的.

b. 体外索的极限应力始终在体外索应力的线性范围内.

c. 忽略混凝土梁的轴向变形.

d. 在梁普通钢筋屈服后至破坏前, 梁弯矩较大的区域将出现塑性铰或塑性区段, 梁体变形主要发生在塑性铰附近.

1.1　无转向块的直线型梁

图 1 是无转向块的直线型布筋体外预应力混凝土简支梁受荷载时的变形示意图. 设梁端的极限转角为 θ_u, 体外索端部锚固点 a 至梁截面形心的距离为 k, f_u 是梁跨中的极限挠度, h_p 是锚固点到梁上边缘在垂直方向上的距离, L 是梁支座之间的水平距离, L_p 是梁水平方向上的全长, 也是体外索长度. 由图 1 可见, 忽略了梁的轴向变形, 体外索的伸长量

$$\Delta L \approx \overline{a'b'} - \overline{ab} = 2k\theta, \tag{1}$$

则体外索的应力增量

$$\Delta\sigma_p = E_p\Delta\varepsilon_p = E_p\frac{\Delta L}{L_p} = \frac{2k\theta E_p}{L_p}, \tag{2}$$

式中, E_p 为体外索的弹性模量; $\Delta\varepsilon_p$ 为体外索的应变增量. 另外, 如果体外索的锚固点在梁的截面形心上面, 则公式要取负值.

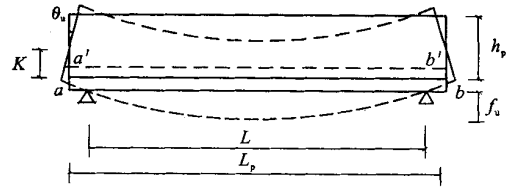


图 1　无转向块的梁

根据塑性铰理论[3], 体外预应力混凝土梁极限状态下的转角和跨中挠度的关系为

$$\theta = 2f_u/(L - Z_p), \tag{3}$$

式中, Z_p 为塑性铰长度的 1/2, 其它符号意义同前. 联合公式(2)和(3), 即可计算体外索应力增量

$$\Delta\sigma_p = 4kE_pf_u/[L_p(L - Z_p)], \tag{4}$$

式中, 符号意义同前, 应力增量 $\Delta\sigma_p$ 与极限挠度 f_u 基本满足线性关系.

1.2　具有一个转向块的折线型梁[4]

图 2 是具有一个转向块的折线型布筋体外预应力混凝土简支梁受荷载时的变形示意图. 设梁

收稿日期: 2002-12-12-19.

作者简介: 黄恒卫(1976-2), 男, 硕士研究生; 武汉, 华中科技大学土木工程与力学学院(430074).

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

端的极限转角为 H, B 为梁端的斜面与垂直方向的夹角, k 是锚固点到端部截面形心的实际距离, h_m 为体外索端部锚固点到截面形心在垂直方向上的距离, H 为锚固点到转向块处体外索中心在垂直方向上的距离, w 为锚固点到转向块处在水平方向上的距离, L_s 为体外索 ab 段没有变形时的折线长度. 由图 2 可见, $k = h_m \cos B$; $w = L_p/2 - (h - h_p)\tan B = \sqrt{L_s^2 - H^2}$.

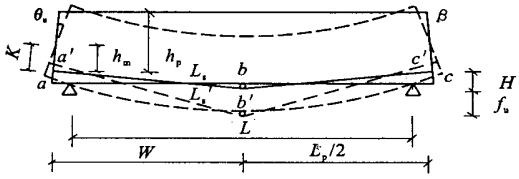


图 2　具有一个转向块的梁

设 ΔL_s 为体外索 ab 段的伸长量, 当梁端的极限转角 θ_u 很小时, 忽略梁的轴向变形, 由图 4 有

$$(L_s + \Delta L_s)^2 = \overline{a'b'}^2 = (H + f_u)^2 + [w + k\theta_u]^2. \quad (5)$$

将(5)式整理成 ΔL_s 的表达式, 按级数展开并略去高阶项, 可得到 ΔL_s 及 $\Delta L_s/L_s$ 的表达式

$$\Delta L_s = \sqrt{L_s^2 + 2Hf_u + f_u^2 + k^2\theta_u^2 + 2wk\theta_u} - L_s = (2Hf_u + f_u^2 + k^2\theta_u^2 + 2wk\theta_u)/2L_s,$$

因为 $k^2\theta_u^2$ 的值很小, 所以由上式可以得到

$$\Delta L_s/L_s = (2Hf_u + f_u^2 + 2wk\theta_u)/2L_s^2, \quad (6)$$

则由上式可以推出体外索的应力增量的表达式

$$\Delta R_y = E_p \Delta E_y = E_p \Delta L_s/L_s = [(2Hf_u + f_u^2 + 2wk\theta_u)E_p]/2L_s^2, \quad (7)$$

式中, 符号意义同前. 另外, 如果体外索锚固点在梁的截面形心上面, 则 k 前面要取负号.

1.3　具有两个转向块的折线型梁[4]

图 3 是具有两个转向块的折线型布筋体外预应力混凝土简支梁受荷载时的变形示意图. 符号意义同前. 不同的是, w 为体外索锚固点到相邻的转向块在水平方向上的距离, L_s 为体外索 ab 段没有变形时的折线长度, f_b 为梁在转向块处的极限挠度, L_m 为体外索水平段的长度的 1/2, ΔL_m 为体外索水平段长度 1/2 的伸长量.

仿照前面的方法, 可以得到

$$\frac{\Delta L_s}{L_s} = \frac{[2Hf_b + f_b^2 + 2w(k\theta_u - \Delta L_m)]}{2L_s^2}, \quad (8)$$

此式为体外预应力混凝土梁受荷载时整体变形与体外索变形之间的关系式, 只有在确定 ΔL_s 与 ΔL_m 的关系后才有解(图 4). 由图 4 可知

$$\Delta N_{yp} = \Delta N_{ys}(L\sin A \pm \cos A);$$

$$\Delta L_m/L_m = \Delta L_s/L_s(L\sin A \pm \cos A), \quad (9)$$

式中, ΔN_{ys} 为受荷载后体外索斜段内力变化值; ΔN_{yp} 为受荷载后体外索水平段内力变化值; L 为体外索与转向块之间的摩擦系数; A 为体外索斜段与水平方向的夹角, 其它符号同前.

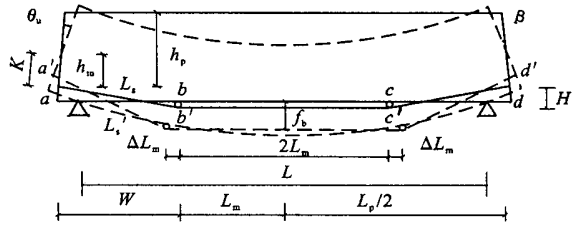


图 3　具有两个转向块的梁

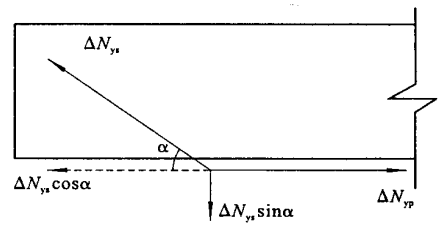


图 4　体外索受力图

将(8)式代入(9)式得到

$$\frac{\Delta L_m}{L_m} = \frac{(Hf_b + f_b^2/2 + k\theta_u w)(\cos A \pm L\sin A)}{L_s^2 + wL_m(\cos A \pm L\sin A)}, \quad (10)$$

则由上式可推出体外索的应力增量的表达式

$$\Delta R_y = \frac{(Hf_b + f_b^2/2 + k\theta_u w)(\cos A \pm L\sin A)E_p}{L_s^2 + wL_m(\cos A \pm L\sin A)}, \quad (11)$$

式中, 符号意义同前. 另外, 如果体外索锚固点在梁的截面形心上面, 则 k 前面要取负号; 摩擦力方向在水平段中指向支座时, 则 L 前面需取正号, 指向跨中时, 则 L 前面需取负号.

2　关于 f_u 和 f_b 的研究

2.1　公式(4)和公式(7)中的 f_u

由公式(4)和公式(7)计算应力增量时只有一个未知数 f_u, 这里 f_u 是体外预应力混凝土简支梁在跨中的极限挠度, 是个离散性较大的参数. 但大量的试验数据的研究表明, f_u/L 的比值基本保持为一个常数, 从而可以运用公式(4)和公式(7)计算体外索的应力增量, 进而计算体外预应力混凝土简支梁的正截面极限承载力.

作者收集了来自 M. H. Harajli[5], K. H. Tan 和 Chee-Khoon Ng[6] 及牛斌[7] 等学者国内外有关体外预应力混凝土简支梁的试验数据. 表 1 中的数据删除了原试验中挠度过大的 4 根梁的试验数据, 作者也做了 7 根体外预应力混凝土简支梁的试验, 数据见表 1 中的 27～33.

表 1 中, f_u/L 的平均值是 1.127, 标准差是 0.204. 如果取 f_u/L 等于平均值减去一倍标准

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

表 1 关于极限挠度的试验数据

编号	原编号	f_u/mm	f_u/L	编号	原编号	f_u/mm	f_u/L
1	A 121	61.58	1.23	18	B 3S	29.21	0.97
2	A 221	61.77	1.23	19	B 4S	34.54	1.15
3	A 321	65.35	1.31	20	B 5D	30.48	1.02
4	A 122	56.86	1.14	21	B 5S	28.70	0.96
5	A 222	61.32	1.22	22	B 6D	26.16	0.87
6	A 322	63.83	1.28	23	B 7D	32.00	1.07
7	B 322	69.14	1.58	24	B 7S	29.46	0.98
8	T 20	40.00	1.30	25	B 8D	30.23	1.00
9	T 21	42.5	1.42	26	B 8S	24.89	0.83
10	T 21A	50.00	1.67	27	PB 21	47.09	1.05
11	T 21B	35.50	1.18	28	PB 22	42.13	0.9
12	T 22	40.50	1.35	29	PB 23	44.37	0.99
13	B 1D	36.07	1.20	30	PB 24	44.88	1.00
14	B 1S	41.06	1.37	31	PB 25	40.00	0.889
15	B 2D	31.24	1.04	32	PB 26	47.00	1.04
16	B 2S	31.50	1.05	33	PB 27	18.00	0.86
17	B 3D	31.24	1.05				

注: 表中 f_u/L 的值为%.

差, 则具有 85% 的保证率, $f_u/L = 0.923\%$. 为了计算上的方便, 建议采用 1%, 即把结构极限破坏时的挠度控制在 1%L 的范围内, 得出公式(12). 表 1 中, 中国的牛斌和新加坡学者的试验采用的是 T 形梁, 美国和笔者的试验采用的是矩形梁, 这说明 f_u/L 对于不同的截面形式的体外预应力混凝土梁基本上保持为一个常数, 而且后面表 3 的试验数据与理论计算值吻合较好, 说明公式(12)是可行的, 即

$$f_u = 1\% L. \tag{12}$$

2.2 公式(11)中的 f_b

由公式(11)计算应力增量时只有一个未知数 f_b, 这里 f_b 是体外预应力混凝土简支梁在转向块处的极限挠度. 研究发现它与梁在跨中的极限挠度有关, 可以由跨中的极限挠度求出. 梁的挠曲线基本上符合 $f_b = 4f_u[(x/L) - (x/L)^2]$[8], 式中, x 是梁上任意一点到支座处的距离. 验算表明该公式在梁的等弯矩区内的精度很高, 误差在 5% 以内, 但在等弯矩区外的精度相对不高, 有时误差达到 20%. 利用试验数据用 Matlab 软件拟合出

$$f_b = 4.6f_u[x/L - (x/L)^2 - 0.0326], \tag{13}$$

式中, 符号意义同前; f_u 由公式(12)计算. 验算表明(13)式在等弯矩区内外的精度都不错, 在等弯矩区内误差一般在 5% 以内, 在等弯矩区外误差可以控制在 7% 以内, 这样就可以利用公式(11)和(13)方便地求出体外索的应力增量.

3 理论计算值与试验实测值的比较

作者进行 7 根体外预应力混凝土简支梁试验(图 5). 试验梁采用 180 mm × 300 mm 的矩形截面, 体外索采用 2 根 7Φ5 的 1860 级钢铰线, 弹性模量 E_p 为 2.1×10^5 MPa. 混凝土强度等级采用 C40, 实际抗压强度为 41 MPa, 试验采用三分点加载, 试验梁的参数列为表 2. 公式(4), (7)及(11)的计算值与试验实测值的比较结果见表 3.

表 2 试验梁的参数

编号	类型	A_s'/mm²	f_y'/MPa	A_s/mm²	f_y/MPa	A_p/mm²	R_{pe}/MPa
27	直线	226	210	402	310	275	482
28	直线	226	210	628	310	275	339
29	折线	226	210	402	310	275	539
30	折线	226	210	628	310	275	409
31	折线	226	210	402	310	275	682
32	折线	226	210	628	310	275	458
33	直线	226	210	402	310	275	298

从表 3 可以看出, 按作者介绍的计算方法求得体外索的应力增量、极限应力、梁的极限弯矩均与试验数据吻合良好. 应力增量计算值与试验值比值的平均值是 0.969, 标准差是 0.134, 极限应力计算值与试验值比值的平均值是 0.991, 标准差是 0.069, 极限弯矩计算值与试验值比值的平均值是 0.997, 标准差是 0.029.

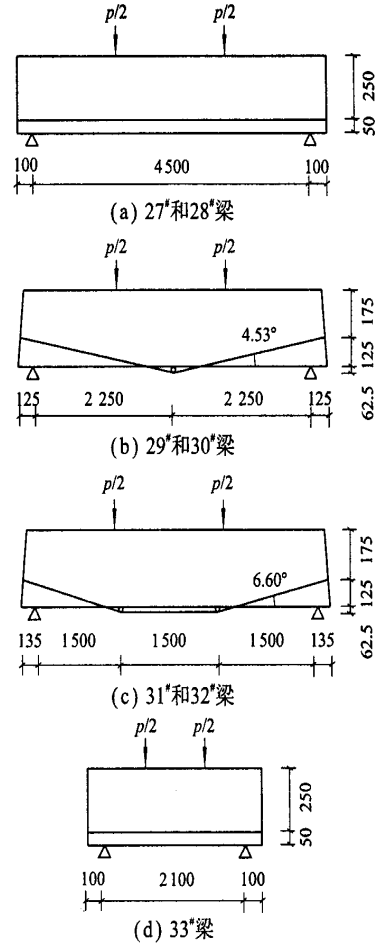


图 5 试验梁尺寸/mm

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

表 3　计算值与试验值的比较

编号	试验值			计算值			$\sigma_{pcal}/\sigma_{ptest}$	f_{pucal}/f_{putest}	M_{ucal}/M_{utest}
	σ_{ptest} /MPa	f_{putest} /MPa	M_{utest} /kN·m^{-1}	σ_{pcal} /MPa	f_{pucal} /MPa	M_{ucal} /kN·m^{-1}			
27	255	737	74.5	222	704	74.1	0.871	0.955	0.995
28	237	576	85.7	222	561	81.4	0.937	0.974	0.950
29	457	996	112	408	947	116.1	0.893	0.951	1.037
30	434	843	119.5	408	817	119.7	0.940	0.969	1.002
31	528	1 210	134.5	489	1 171	134.0	0.926	0.968	0.996
32	514	972	127	489	947	129.9	0.951	0.974	1.023
33	373	671	79.8	472	770	77.7	1.265	1.148	0.974

4　结　论

a. 作者推导出以结构的挠度、梁端转角为主要参数的公式, 经过试验数据的验证是实用的.

b. 公式只适合三分点加载的简支梁, 没经过单点加载、均布荷载的试验验证, 有待于进一步验证. 不适合大变形的或刚度非常大的简支梁, 即 f_u/f_{pu} 远大于 1 或远小于 1 的情况.

c. 公式中的 f_u/f_{pu} 的比值等于 1%, 大概取了平均值减去一倍的标准差, 导致体外索应力增量计算值的精度稍微减少, 但是保证结构不使用过大的应力增量, 对结构有一定的安全储备作用.

d. 计算时涉及到的梁挠曲线表达式可以进一步研究, 得到更精确的表达式.

e. 公式(11)中的摩擦系数一般取为零, 但可以进一步研究摩擦系数, 以提高公式的精度.

f. 公式比其他学者的计算公式简单, 并且还可以通过进一步研究 f_u/f_{pu} 及梁端极限转角 θ, 对公式继续进行简化, 使之方便于工程运用.

参 考 文 献

[1] 孙　海等. 体外预应力梁受力性能研究[J]. 四川建筑科学研究, 2000, (3): 60-62.

[2] F. M. Alkhairl, A. E. Naaman. Analysis of beams prestressed with unbonded internal or external tendons. Journal of Structural Engineering, 1993, 119: 2 680-22 700.

[3] 牛　斌. 体外预应力混凝土梁极限状态分析[J]. 土木工程学报, 2000, (6): 72-75.

[4] 张晓漪. 张拉体外预应力筋的钢筋混凝土梁设计[J]. 建筑结构学报, 1985, (3): 44-257.

[5] M. H. Harajli. Strengthening of concrete beams by external prestressing[J]. PCI Journal, 1993, 38: 762-88.

[6] Kiang-Hwee Tan, Chee-Khoon Ng. Effects of deviators and tendon configuration on behavior of external prestressed beams[J]. ACI Structural Journal, 1997, 94: 13-22.

[7] 牛　斌. 体外预应力混凝土梁弯曲性能分析[J]. 土木工程学报, 1999, (8): 37-44.

[8] 王有志等. 预应力混凝土结构[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1998.

Ultimate Flexural Strength of External Prestressed Simple Concrete Beams

HUANG Heng-wei[1]　*ZHANG Yao-ting*[1]　*QIU Ji-sheng*[1]

(1. School of Civil Eng. & Mechanics, HUST, Wuhan 430074 China)

Abstract: Ultimate stress in external tendons of external prestressed simple beams is dependent on the global deformation compatibility between the anchorages of tendons. It is influenced by internal steel, profile of external tendons, deviators and so on. It is difficult to derive the formula taking those factors into account. The formula from the global deformation of simple beams is derived, which considers the deflection in the middle of beams and the angles of rotation at the support of beams. It is proved that the formula is reliable in practice by an amount of test results.

Key words: external prestressed; simple beam; ultimate flexural strength; external tendon; ultimate stress; ultimate stress increment

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.