第 27 卷 第 3 期　　南 京 理 工 大 学 学 报　　Vol. 27 No. 3
2003 年 6 月　　Journal of Nanjing University of Science and Technology　　Jun. 2003

体外预应力混凝土简支梁全过程分析[x]

王　彤[xx]　王宗林　张树仁
(哈尔滨工业大学交通科学与工程学院,哈尔滨 150090)

摘要　该文在分析体外预应力钢筋与混凝土主梁变形的基础上,通过截面内力平衡方程和变形协调关系,对体外预应力混凝土梁进行了从加载到破坏的全过程分析,得到了极限状态下体外筋的极限应力和混凝土梁的极限抗弯强度。利用该文介绍的计算方法,可以考虑不同的荷载形式、不同的截面形式及不同的普通钢筋用量等因素对主梁极限状态的影响,并能得到中间过程及破坏阶段混凝土、普通钢筋、预应力钢筋的应变和应力。通过该文理论得到的计算结果得到了试验的验证。

关键词　体外,预应力混凝土,桥梁,全过程分析
分类号　U 446.3　　**学科代码**　560.35

体外预应力混凝土梁桥是将预应力钢筋布置在梁体之外的一种结构形式。由于除在锚固和转向区内,预应力筋与梁并无接触,因此受荷过程中体外预应力钢筋的应变与混凝土主梁的应变在相同截面上不协调,理论上属于破坏阶段的内力超静定问题。

本文在分析体外预应力钢筋与混凝土主梁变形的基础上,通过截面的内力平衡方程和变形协调关系,对体外预应力混凝土梁进行了从开始加载到破坏的全过程分析。

1　基本假定

(1) 主梁受力变形符合平截面假定。

(2) 不考虑体外筋的摩阻损失,并设体外筋的应力沿其长度方向为常量。

(3) 混凝土、普通钢筋及体外预应力筋的应力 - 应变曲线已知。

(4) 受拉区混凝土拉应变达到 150×10^{-6} 时混凝土退出工作。

(5) 如果出现下列情况之一,则认为结构达到了极限状态:

①混凝土受压区顶层纤维达到极限压应变 $\varepsilon_{cu} = 01003$;

②体外预应力筋应力达到设计强度;

③受拉区普通钢筋拉应变达到 0101。

(6) 假设梁具有足够的抗剪强度、足够的粘结和锚固能力,梁最终由于受弯而失效[1]。

x 收稿日期:2001 - 10 - 19
xx 王　彤　男　34 岁　副教授

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

2　截面内力平衡方程

2.1　截面应力、应变关系

如图 1 所示任意截面,在外力作用下,截面最终变形可用截面混凝土受压区高度 c 和截面变形曲率 ϕ 表示。截面沿梁高任一点 y 处混凝土的实际应变为[2]

$$\varepsilon(y) = \begin{cases} \phi(y + c - h) & \phi \geq 0 \\ \phi(c - y) & \phi < 0 \end{cases} \tag{1}$$

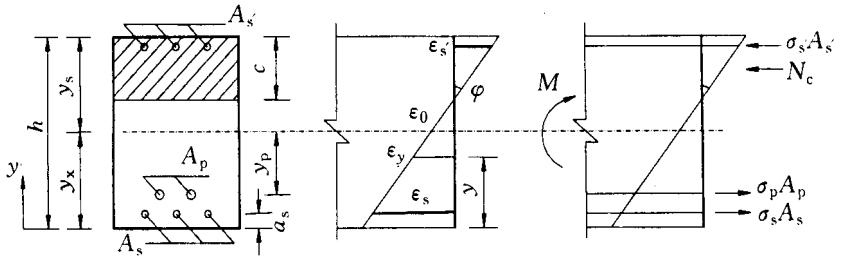


图 1　截面应力、应变关系

Fig. 1　Stress2strain relationship of cross section

混凝土受拉区高度 c_t 由截面变形和混凝土的极限拉应变决定:

$$c_t = \frac{150 \times 10^{-6}}{\phi} \leq (h - c) \tag{2}$$

截面形心 y_x 处的混凝土应变 $\bar{\varepsilon}_0$ 为

$$\bar{\varepsilon}_0 = \begin{cases} \phi(c - y_x) & \phi < 0 \\ \phi(y_s - c) & \phi > 0 \end{cases} \tag{3}$$

截面内受拉区、受压区普通钢筋的应变分别为

$$\varepsilon_s = \begin{cases} \phi(c - a_s) & \phi < 0 \\ \phi(h - c - a_s) & \phi > 0 \end{cases} \tag{4-1}$$

$$\varepsilon_s' = \begin{cases} \phi(c + a_s' - h) & \phi < 0 \\ \phi(a_s' - c) & \phi > 0 \end{cases} \tag{4-2}$$

如果已知混凝土和普通钢筋的应力 - 应变曲线,则根据混凝土应变 ε_y 和钢筋应变 ε_s、ε_s' 可求出其应力 $\sigma_y = \sigma(\varepsilon_y)$、$\sigma_s = \sigma_s(\varepsilon_s)$、$\sigma_s' = \sigma_s(\varepsilon_s)$。

2.2　截面平衡方程的建立

对于体外预应力混凝土简支梁桥,截面受到外荷载弯矩 M 的作用,由此引起的混凝土应力、预应力钢筋应力和普通钢筋应力之间,存在着下述内力平衡关系。

(1) 水平力平衡:

$$N_c + N_t + \sigma_s' A_s' + \sigma_p A_p + \sigma_s A_s = 0 \tag{5-1}$$

(2) 弯矩平衡(对截面形心轴 0 - 0):

$$M + M_c + M_t + \sigma_s' A_s' (y_s - a_s') - \sigma_p A_p y_p - \sigma_s A_s (y_x - a_s) = 0 \tag{5-2}$$

式中,各符号下标的含义如下:c 表示受压区混凝土,t 表示受拉区混凝土,s 表示受拉区普通钢筋,s′表示受压区普通钢筋,p 表示体外预应力筋;N_c 为受压区混凝土的合力,N_c =

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$\int\sigma(y)\,b(y)\,\mathrm{d}y$，$c$ 为混凝土受压区高度；N_t 为受拉区混凝土的合力，$N_t = \int_t\sigma(y)\,b(y)\,\mathrm{d}y$，$c_t$ 为混凝土受拉区高度；M_c 为受压区混凝土对截面形心的弯矩，$M_c = \int\sigma(y)\,b(y)\,(y - y_x)\,\mathrm{d}y$；$M_t$ 为受拉区混凝土对截面形心的弯矩，$M_t = \int_t\sigma(y)\,b(y)\,(y - y_x)\,\mathrm{d}y$；$\sigma_p$ 为预应力筋的总应力，$\sigma_p = \sigma_{p0} + \Delta\sigma_p$，$\sigma_{p0}$ 为预应力筋的初始张拉应力，$\Delta\sigma_p$ 为预应力筋的应力增量；A_p 为预应力筋的面积；y_p 为预应力钢筋合力点到截面形心的距离；$b(y)$ 为高度 y 处的截面宽度。

2.3 截面内力平衡方程的求解

预应力钢筋仅在锚固和转向部位与主梁变形一致，在截面上并不满足变形协调关系，因此预应力钢筋的应力 σ_p 不能直接由受压区高度 c 和截面变形曲率 φ 求出。但梁受力变形后预应力钢筋的伸长量 Δl_p 可以根据几何关系由梁的锚固点和转向点的变形来求得，而锚固点和转向点的变形可以表示为 c 和 φ 的函数，这样可间接地利用 c 和 φ 来求预应力钢筋的伸长量 Δl_p，进而得出预应力钢筋的应变 ε_p 和应力 σ_p，

$$\varepsilon_p = \Delta l_p / l_p \tag{6}$$

$$\sigma_p = f(\varepsilon_p) = \sigma_{p0} + \Delta\sigma_p \tag{7}$$

截面内力平衡方程(5)中，包含着3个未知量：混凝土受压区高度 c、截面变形曲率 φ、及预应力筋的应力 σ_p。若已知预应力筋的应力 σ_p，则可以求得 c 和 φ 这2个未知量。方程(5)为一非线性方程组，数值解法可按如下的步骤进行：

(1) 从零开始，按给定的间隔值，增加混凝土受压区高度 c 值。

(2) 采用二分法求解非线性方程(5 - 2)，得到与 c 值相应的变形曲率 φ。

(3) 将 c 和 φ 值代入方程(5 - 1)左侧，判断方程是否小于给定的误差值。

(4) 若方程(5 - 1)不满足给定精度，重复(1) ～ (3)，直到满足要求为止。

3 梁的纵向分析

当体外预应力混凝土梁受到外力作用时，主梁将发生变形，引起锚固点和转向点处预应力钢筋位置的变化，从而引起预应力筋长度的变化，使其产生应力增量。该应力增量是未知的，与混凝土主梁各截面的变形有关，需引入纵向变形协调条件才能求解。

实际计算时，将主梁沿梁长划分为 n 个小块，并假定在每一小块内截面变形参数 c 和 φ 是不变的，这样，由公式(5)、(6)和(7)可组成一个 $2n + 1$ 阶的方程组，该方程组具有如下的未知数：(c_1, φ_1)，(c_2, φ_2)，…，(c_i, φ_i)，…，(c_n, φ_n)，σ_p。这是一个非线性的方程组，可采用如下方法来近似求解：

(1) 假设一个体外预应力钢筋的应力增量 $\Delta\sigma_p$，则预应力筋总应力为 $\sigma_p = \sigma_{p0} + \Delta\sigma_p$。

(2) 在 σ_p 已确定的情况下，联立公式(5 - 1)、(5 - 2)，求解 n 个截面的变形参数 c 和 φ。由于采用的混凝土和钢筋的应力 - 应变曲线是非线性的，所以方程也是非线性的。

(3) 由 c 和 φ 的值求得锚固点和转向点主梁的变形，再根据几何关系和公式(6)、(7)，求出预应力钢筋的应变及应力 σ_p'。

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

(4) 比较 σ_p 和 σ_p',若不满足精度要求,则修改 σ_p 的值,重复 (1) ～ (3) 步,直至满足精度要求为止。

尚应指出的是,本文的计算方法未考虑预应力筋有效偏心距损失的影响(即二次影响)。对于通常跨径和截面形式的体外预应力简支梁桥来说,一般情况下可以忽略"二次影响"对体外预应力筋应力增量的削弱作用[3]。

4　理论计算与试验结果的比较

为了验证本文计算方法的正确性,于 1999 年 10 月作了 20 片体外预应力混凝土梁的试验。图 2 为试验梁的一般构造及配筋图,图中构件几何尺寸以厘米计。加载方式为四分点和跨中单点加载 2 种,有效的试验为 17 片梁。表 1 为试验结果与理论结果的比较,表中,P_u、f_u 和 σ_{ps} 分别为试验梁的极限荷载、跨中极限挠度和体外索的极限应力,上角标 cal 和 test 分别表示计算值和实测值。

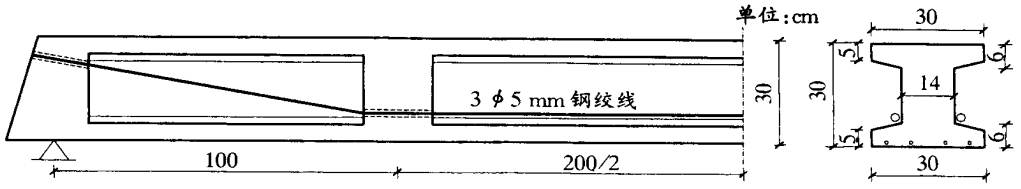


图 2　试验梁的一般构造及配筋图

Fig. 2　Dimension and layout oftest beams

表 1　试验结果与本文方法的比较

Table 1　Comparison between test and theory

试件	试验实测值			本文计算值			$\frac{P_u^{cal}}{P_u^{test}}$	$\frac{\sigma_{ps}^{cal}}{\sigma_{ps}^{test}}$
	P_u/kN	$\Delta\sigma_p$/MPa	f_u/mm	P_u/kN	$\Delta\sigma_p$/MPa	f_u/mm		
1	4210	33818	21132	4010	38115	39154	01954	11036
2	3410	32010	20167	3510	38210	37133	11029	11061
4	4513	36510	28106	4610	36710	40103	11015	11002
5	5615	42610	19168	5810	43310	46141	11027	11005
6	5310	42810	24189	5215	43710	48116	01991	11007
7	6015	32010	16150	5912	43710	49171	01979	11099
9	5617	12012	11173	5212	15410	21171	01921	11034
10	6410	36910	21141	5915	43410	49100	01930	11053
11	6512	43010	25173	6314	43510	50120	01972	11004
12	7115	45510	18184	6715	43210	49117	01944	01984
13	5410	21010	—	5415	16310	21173	11009	01959
14	5510	44010	—	5318	45210	48134	01978	11009
16	7010	38610	21106	6810	42610	50132	01971	11031
17	6817	20818	16185	6814	17510	26151	01996	01973
18	6510	39218	23132	7016	41710	48142	11086	11017
19	8310	35118	23115	8314	44810	53113	11005	11074
20	8315	35516	25148	8617	47515	52147	11038	11087

由表 1 可见,除极限挠度外,按全过程分析理论求得的极限荷载及索极限应力均与试验

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

结果吻合良好,极限荷载的平均误差为 0191 %,索极限应力增量的平均误差为 2156 %。

5 结论

本文所建立的计算方法从截面内部平衡方程出发,较全面地考虑了混凝土、受压钢筋、受拉钢筋对预应力筋应力及截面强度的影响,推导出的非线性方程组符合截面变形规律,计算值与试验值吻合良好,达到了较高的精度。可以对体外预应力混凝土简支梁桥进行从加载到破坏的全过程非线性分析,并能得到中间过程及破坏阶段混凝土、普通钢筋、预应力钢筋的应变和应力,以及梁的极限变形和极限强度。

参 考 文 献

1 Tan K H, Ng C K. Effect of shear in externally prestressed beams[J]. ACI Structure Journal, 1998, 95(2): 116～128.

2 王宗林. 体外预应力混凝土结构的极限状态分析[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2001. 15～70.

3 Tan K H, Ng C K. Effects of deviators and tendon configuration on behavior of externally pre2stressed beams[J]. ACI Structure Journal, 1997, 94(1): 13～22.

All Stage Analysis of Externally Prestressed Concrete Beam

Wang Tong Wang Zonglin Zhang Shuren

(School of Traffic Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090)

ABSTRACT Based on the analysing deformation of external prestressed concrete beam, the total process from loading stage to fail stage was analyzed for external prestressed concrete beam by means of section force equation and deform accordance, and the ultimate stress of the tendon and the ultimate strength of the concrete beam were found out. With the abore2mentioned ap2proach, such factors as influence of load type, section type and the quantity of reinforcements on beam limits can be considered, and the strain and stress of concrete, reinforcement, tendon can be obtained in the process of loading. The theoretical calculation results were verified by the testing results.

KEY WORDS external, prestressing concrete, bridge; complete process analysis

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.